***ТЕМА*** ***4***

***Основы финансовой математики***

План лекции:

1. Временная ценность денег.
2. Методический инструментарий оценки стоимости денег во времени.
3. Эквивалентность ставок доходности.
4. Оценка временной стоимости регулярных финансовых (денежных) потоков.

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Методический инструментарий оценки стоимости финансовых (денежных) потоков при изменении суммы основного капитала и с учетом налогообложения.
2. Оценка стоимости аннуитета при изменении его членов на постоянную относительную величину.

Рефераты по теме:

1. Применение методов финансовых расчетов в оценке эффективности финансовых вложений.
2. Показатели доходности российского (зарубежного) кредитно-финансового рынка.

***1. Временная ценность денег.***

Эффективное управление финансовыми (денежными) потоками предусматривает их анализ и оценку в разные периоды времени с помощью финансово-экономических расчетов. Ключевую роль в этих расчетах играет оценка стоимости денег во времени.

***Концепция стоимости денег во времени*** состоит в том, что стоимость денег с течением времени изменяется с учетом нормы прибыли на финансовом рынке, в качестве которой обычно выступает норма ссудного процента.

Необходимость учета фактора времени вызвана самой сутью процесса финансирования, связанного с неравномерностью поступления денежных средств и их выплатой. Деньги в разные периоды времени – это разные деньги. Согласно указанной концепции одна и та же сумма денег в разные периоды времени имеет разную стоимость. Эта стоимость в настоящее время всегда выше, чем в любом будущем периоде, т.е. рубль сегодня стоит больше, чем рубль, который будет получен через год, тем более через пять. Природу этого феномена определяет ряд причин, из-за которых необходимо учитывать временной фактор.

***Факторы, определяющие неравноценность финансовых (денежных) потоков разных временных периодов:***

* инфляция,
* риск,
* возможность инвестировать денежные средства в любой момент в другое место для получения дохода.

***В качестве примера*** *необходимости учитывать временной фактор можно привести следующие ситуации:*

1. *Предприятие имеет свободные денежные средства в размере 15 тыс.руб., а инфляция составляет 15% в год, следовательно, если предприятие не вложит эти средства в какой-либо актив, приносящий доход, то через год их реальная стоимость по покупательной способности сократится и составит в действующих ценах всего 12.5 тыс.руб.*
2. *Далее. Имея свободными 15 тыс.руб. предприятию предлагают участвовать в некой коммерческой операции, которая принесет доход в течение двух лет. При этом предлагается два варианта получения дохода: либо по 5 тыс.руб. по истечение каждого года, либо 10 тыс. в конце двухлетнего периода. Даже без специальных расчетов понятно, что первый вариант предпочтительней, т.к. полученные за первый год 5тыс. вновь можно пустить в оборот и получить дополнительный доход, что не предусматривает второй вариант.*
3. *Ну и наконец, предприятию предлагаются два проекта: первый – инвестирование фирмы, которая в течение трех лет является неплатежеспособной и убыточной, однако эффективность предлагаемого инвестиционного проекта планируется в размере 25%; второй - вложение средств в стабильно работающее предприятие, но с эффективностью 10%. Взвесив рискованность первого и второго предложения, следует довольствоваться более низким, но надежным доходом.*

В практических финансовых операциях суммы денег вне зависимости от их назначения или происхождения, так или иначе, но обязательно связываются с конкретными моментами или периодами времени. Для этого в контрактах фиксируются соответствующие сроки, даты, периодичностьвыплат. Например, при заключении кредитного договора, днем с которого начисляются проценты за пользование кредита, считается день поступления средств на счет заемщика, а последним днем начисления процентов будет день поступления ссуженной стоимости на счет кредитора.

Исследователи отмечают, что фактор времени, особенно в долгосрочных операциях, играет не меньшую, а иногда даже большую роль, чем размеры денежных сумм и уровень доходности этих операций.

Отмеченная неравноценность двух одинаковых по абсолютной величине сумм связана, прежде всего, с тем, что имеющиеся сегодня деньги теоретически могут быть инвестированы и принесут доход в будущем. Полученный доход, в свою очередь, может быть реинвестирован и т.д. Таким образом, если сегодняшние деньги, в силу сказанного, ценнее будущих, то соответственно, будущие поступления менее ценны, чем современные.

Влияние фактора времени многократно усиливается в период инфляции. В этой связи, данный фактор зачастую служит инструментом явного или скрытого мошенничества и недобросовестности. К примеру: умышленная задержка выплат, продажа товаров по предоплате без поставки товара с последующим возвращением обесцененных денег и т.п.

Таким образом, временная ценность денег – есть главнейшая сущностная характеристика финансовых (денежных) потоков, связанная с возможностью получения дохода от вложения средств в текущий момент и вероятностью снижения их покупательной способности в результате инфляционных процессов в будущем.

Очевидным следствием принципа временной неравноценности денег является неправомерность суммирования денежных величин, относящихся к разным моментам времени, особенно при принятии решений финансового порядка. Однако, такое суммирование вполне допустимо там, где фактор времени не имеет принципиального значения. Например, в бухгалтерском учете для получения итогов по периодам или при финансовом контроле. Но при принятии решений долгосрочного характера, связанных с потоками денежных средств и развитием предприятия данный фактор должен быть учтен в обязательном порядке.

В этой связи, при оценке финансовых (денежных) потоков и их прогнозировании методы финансовой математики предполагают обязательно учитывать в качестве одного из важнейших условий время. Учет этого фактора осуществляется с помощью методов начисления процентов и\или дисконтирования.

***2. Методический инструментарий оценки стоимости денег во времени.***

Смысл операций по учету временного фактора заключается в приведении разных по времени и периодичности финансовых (денежных) потоков к одинаковому моменту времени с помощью методов начисления процентов или дисконтирования. Это необходимо в силу того, что с экономической точки зрения бессмысленно напрямую (без приведения к одному временному периоду) сопоставлять денежные суммы, полученные в разное время. Для приведения разновременных финансовых (денежных) потоков в сопоставимый вид в качестве момента времени может выступать:

* настоящее время, когда предполагается приведение будущих финансовых (денежных) потоков к настоящему времени. Эта процедура называется дисконтированием, а полученная в результате дисконтирования сумма – современной стоимостью денежных средств;
* будущее время, когда предполагается оценка стоимости текущих вложений и вызванных ими финансовых (денежных) потоков в определенный момент в будущем. Эта процедура называется наращением или компаудингом, а получаемая сумма - наращенной или будущей стоимостью.

Таким образом, с позиции временной ценности, обобщающими характеристиками финансовых (денежных) потоков являются наращенная сумма и современная стоимость.

Под современной (дисконтированной) стоимостью потока платежей понимают текущую, “сегодняшнюю” стоимость будущих денежных сумм, которая рассчитывается путем суммирования всех членов потока, дисконтированных на начало срока финансовой операции или некоторый упреждающий момент времени. В основе определения дисконтированной стоимости лежит понимание временного предпочтения в распоряжении денежными средствами или, по-другому, понимание стоимости денег во времени. Текущее распоряжение ресурсами позволяет предпринимать действия, которые с течением времени приведут к росту будущего дохода. Поэтому стоимость денежных средств будет определяться возможностью получения дополнительного дохода от более раннего вложения средств.

Количественным выражением временного предпочтения в использовании денежных средств в данной экономической ситуации обычно выступают процентные ставки, характеризующие уровень доходности того или иного финансового инструмента.

Экономический смысл процесса дисконтирования финансовых (денежных) потоков состоит в нахождении суммы, эквивалентной будущей стоимости денежных средств. Эквивалентность будущих и текущих денежных сумм означает, что инвестору должно быть безразлично, иметь ли сегодня некоторую сумму денежных средств или получить через определенный период времени ту же сумму, но увеличенную на величину начисленных за период процентов. Именно в этом случае временного безразличия можно говорить о том, что найдена дисконтированная стоимость будущих потоков. При осуществлении операций дисконтирования движение денежного потока идет от будущего к настоящему.

Наращенная (будущая) стоимость – это стоимость, которая будет получена в будущем в результате вложения денежных средств в какой-либо финансовый актив или в результате инвестирования при определенных условиях (ставке доходности, временном периоде, условиях начисления процентов и др.), рассчитываемая как сумма всех членов потока платежей с начисленными на них к концу срока процентами.

Можно сказать, что наращением называют процесс увеличения суммы денег в связи с присоединением процентов в результате проведения финансовой операции.

Например, при вложении денег в банк в виде вклада, вкладчик рассчитывает на получение определенного дохода, обусловленного установленной доходностью и сроком договора. Проценты по вкладу в зависимости от договоренности сторон могут выплачиваться вкладчику по мере их начисления, либо присоединяться ко вкладу. Во втором случае и имеет место процесс наращения.

В случае осуществления процесса наращения рассматривается движение денежного потока от настоящего к будущему, при этом известными величинами являются исходная сумма, ставка процента и срок, т.е. период начисления.

Результативность финансовых операций характеризуется такими основными параметрами как:

* процент – абсолютная сумма дохода от предоставления капитала в долг или плата за пользование ссудным капиталом во всех его формах. Выражается в денежных единицах, как за весь срок финансовой операции, так и в годовом измерении;
* ставка доходности – относительный показатель, характеризующий сумму дохода, полученного с вложенного капитала. Выражается в виде десятичной дроби или в процентах в годовом измерении.

Относительная доходность может выражаться в виде процентной и учетной ставки:

* процентная ставка (ставка процента) – относительный показатель, в соответствие с которым в установленные сроки выплачивается сумма процента в расчете на единицу вложенного (первоначального) капитала. Обычно процентная ставка характеризуется отношением годовой суммы процента и суммы предоставленного (заимствованного) капитала, выраженным десятичной дробью или процентом.
* учетная ставка (дисконт) - относительный показатель, в соответствие с которым сумма процента в расчете на единицу капитала удерживается с суммы, подлежащей уплате в конце периода. Учетная ставка характеризуется отношением годовой суммы процента и суммы подлежащего уплате капитала, выраженным десятичной дробью или процентом.

При исчислении доходности финансовых активов в финансовых расчетах используют два основных метода начисления процентов – простой и сложный.

Простой процент – метод начисления процентов, при котором на сумму дохода, начисляемого к основной сумме капитала в каждом интервале, дальнейшие расчеты платежей не осуществляются.

Сложный процент – метод начисления процентов, при котором сумма дохода, начисляемого в каждом интервале, не выплачивается, а присоединяется к основной сумме капитала и в последующем платежном периоде сама приносит доход. Начисление сложного процента применяется, как правило, при долгосрочных финансовых операциях (инвестировании, кредитовании и т.п.).

Введем основные условные обозначения, используемые в финансовых расчетах:

Р – первоначальная (современная) стоимость капитала,

F – наращенная (конечная) стоимость капитала,

I – процентный доход (абсолютная сумма процента),

r – простая процентная ставка,

d – простая учетная ставка,

rс – сложная процентная ставка,

dс – сложная учетная ставка,

n – срок финансовой операции,

к – количество внутригодовых начислений процентов.

Простейшим видом финансовой сделки является однократное предоставления в долг некоторой суммы Р с условием, что через какое-то время n будет возвращена большая сумма F.

Тогда процентная и учетная ставки методом простых процентов будут определены соответственно:

годовая простая процентная ставка годовая простая учетная ставка

 

Эти показатели взаимосвязаны между собой:

 

Различия в этих формулах состоит в том, что в первом случае (процентная ставка) за базу сравнения берется исходная величина, а во втором (учетная ставка) – возвращаемая сумма.

Пример: Банк выдает кредит в размере 100 тыс. руб. на 1 год под 10% годовых. Если применяется процентная ставка, то заемщик получит на руки 100 тыс., а должен будет вернуть через год 110 тыс. (100+ 100\*10%/100). Если используется учетная ставка, то заемщик получит на руки 90 тыс., а должен будет вернуть 100 тыс. (100-100\*10%/100).

При определении наращенной и приведенной стоимости финансовых (денежных) потоков может быть использована как процентная, так и учетная ставки процента.

Оценка стоимости денег во времени, как мы отмечали, может выполняться в рамках решения двух задач:

а) прямой, т.е. проводится оценка с позиции будущего (реализуется схема наращения);

б) обратной, т.е. проводится оценка с позиции настоящего (реализуется схема дисконтирования).

Для оценки простейшего денежного потока, состоящего из одного члена (некоторой единичной денежной суммы) применяются следующие алгоритмы.

Прямая задача предполагает оценку первоначальной суммы на некоторый момент в будущем, т.е. в её основе лежит будущая стоимость. Формула наращенной стоимости может быть определена на базе простых или сложных процентов:

а) простые проценты б) сложные проценты

    

Пример: Какова будет стоимость вклада через 5 лет, первоначальная стоимость которого 1000 руб., если на него ежегодно начисляются проценты по ставке 10 % годовых. Применяя различные способы исчисления процентов, получим:

F = 1000\*(1+5\*0,1) = 1500 – по простым процентам

F=1000\*(1+0,1)5=1610,5 – по сложным процентам

 - по простому дисконту

 - по сложному дисконту

Норма доходности r(d) представляет собой вознаграждение, которое требует инвестор за отсрочку платежей или отражает доходность альтернативных финансовых вложений. Использование в расчетах сложного процента в случае многократного его начисления более корректно, поскольку в этом случае капитал, генерирующий доходность, постоянно возрастает. Поэтому в большинстве финансовых операциях используется именно метод сложных процентов.

Формула сложных процентов является базовой в финансовых вычислениях, поэтому множитель (1+rс)n = FM1, называемый мультиплицирующим множителем и обеспечивающий наращение стоимости, табулирован. Его значения задаются в зависимости от ставки доходности (r) и срока сделки (n) - FM1(r;n) (см. приложение 1).

Экономический смысл мультиплицирующего множителя FM1 состоит в том, что он показывает, чему будет равна одна денежная единица через n периодов при заданной процентной ставке r.

Для учетной ставки множитель наращения равен: FM1 = 

***Обратная задача*** предполагает оценку дисконтированной (приведенной) денежной суммы с позиции настоящего, что осуществляется с помощью формулы дисконтированной стоимости:

а) простые проценты б) сложные проценты

 

 

Основной посылкой в рассматриваемых алгоритмах служит предпосылка, что анализ ведется с позиции разумного инвестора, т.е. инвестора, не накапливающего полученные денежные средства в “чулке”, а немедленно инвестирующего их с целью получения дополнительного дохода. Именно этим и объясняется, что при оценке потоков, как при дисконтировании, так и при наращении, предполагается капитализация по схеме сложных процентов.

Величину  (FM2=(1-dс)n – для учетной ставки) называют коэффициентом дисконтирования или дисконтирующим множителем, который показывает “сегодняшнюю” цену одной денежной единицы будущего, т.е. чему с позиции текущего момента равна одна денежная единица, циркулирующая в сфере бизнеса n периодов спустя от момента расчета при заданной доходности r и частоте начисления процентов.

При использовании названных формул следует помнить ряд принципов, на которых они основаны:

* во-первых, доходность принято измерять годовым интервалом. Т.о., в формулах применяется годовая ставка, т.е. подразумевается годичное начисление процентов;
* во-вторых, единицы времени, в которых измеряется доходность и период упреждения должны совпадать, т.е., если используется годовая ставка процента, то временной период также должен быть выражен в годах. Если период выражен в месяцах, то следует использовать месячную ставку процента.

Если предполагается, что начисление процентов (или дисконтирование) будет производиться чаще, чем один раз в год (т.е. к-раз), формулы будущей или дисконтированной стоимости преобразуется таким образом, что годовая ставка делится на число периодов начисления в году, а число лет умножается на число периодов в году (данный алгоритм применяется только для сложных процентов):

 

 

где к – число периодов начисления (интервалов дисконтирования) в одном году. Например, при ежемесячном начислении процентов, к=12.

На основе вышеприведенных формул, можно вывести формулы для расчета срока финансовой операции и ее доходности.

а) для процентных ставок б) для учетных ставок

срок сделки

простые проценты  

сложные проценты  

ставки доходности

простые проценты  

сложные проценты  

***3. Эквивалентность ставок доходности.***

Различными видами финансовых контрактов могут предусматриваться различные схемы начисления процентов. Чтобы обеспечить сравнительный анализ эффективности таких контрактов, необходимо выбрать некоторый показатель, который был бы универсальным для любой схемы начисления. Таким показателем может быть эффективная годовая ставка r(e), обеспечивающая переход от P к F при заданных значениях этих показателей.

Эффективная ставка r(e) – это годовая ставка сложных процентов, которая дает тот же результат, что и k-разовое начисление процентов по ставке .

Отсюда следует, что множители наращения по двум видам ставок (номинальной и эффективной) должны быть равны: . Откуда эффективная ставка равна:

 

При этом, r(e)>rс, а d(e)<dс.

Как видно из формулы, эффективная ставка зависит от количества внутригодовых начислений, причем с ростом k она увеличивается. Данную формулу можно прочитать следующим образом: условия помещения денежной суммы сроком на n лет под rс процентов годовых при начислении процентов k раз в год, равнозначны условиям начислении этих процентов один раз в год под r(e) процентов годовых.

Таким образом, эффективную ставку определяют в том случае, когда требуется сравнить два варианта с внутригодичным начислением процентов.

Пример: Определить наиболее выгодный вариант вложения 1000 руб., если срок финансовой операции одинаков для обоих вариантов, ставка составляет 12% годовых, но первый предусматривает ежемесячное начисление процентов, а второй – ежеквартальное начисление.

Используя формулу эффективной ставки, получаем

, т.е. условия первого варианта соответствуют годовому начислению процентов по ставке 12,68%

, т.е. условия второго варианта соответствуют годовому начислению процентов по ставке 12,55%

Таким образом, первый вариант размещения денежных средств является более выгодным для инвестора.

На практике нередко возникают случаи, когда необходимо заменить одно обязательство другим, например, с более отдаленным сроком платежа, объединить несколько платежей в один и т.п. В таких ситуациях должен соблюдаться принцип финансовой эквивалентности обязательств, который предполагает неизменность финансовых отношений сторон до и после изменения контракта.

При соблюдении принципа эквивалентности, замена одного вида ставки на другой не изменяет отношения сторон в рамках одной операции, т.е. для участвующих в сделке сторон в общем безразлично, какой вид ставки фигурирует в контракте. Такие ставки называются эквивалентными.

Формулы эквивалентности ставок во всех случаях получают из равенства взятых попарно множителей наращения. Например, для простой и сложной процентных ставок: 

1. эквивалентность простой и сложной процентных ставок

 

1. эквивалентность процентной и учетной ставок

 

 

1. эквивалентность простой и сложной процентных ставок при начислении процентов k раз в году

 

1. эквивалентность простой учетной и сложной процентной ставок

 

1. эквивалентность простой учетной и сложной процентной ставок при начислении процентов k раз в году

 

*Пример: В банк на три года положена 1000 руб. под 12% годовых при ежемесячном начислении процентов. Определите, какой должна быть простая процентная ставка, чтобы при прочих равных условиях обеспечить эквивалентный исходным условиям доход. Таким образом, следует найти эквивалентную простую процентную ставку при внутригодовом начислении процентов. Воспользуемся формулой из п.3:*

**

*Таким образом, чтобы получить такой же доход, что и при исходных условиях, следует применить простую процентную ставку в размере 14,36%.*

***4. Оценка временной стоимости регулярных финансовых (денежных) потоков.***

Одним из основных элементов финансового анализа является оценка денежного потока Р1, Р2, Р3, …РW, генерируемого в течение ряда временных периодов в результате реализации какого-либо проекта или функционирования того или иного вида активов.

Ранее были рассмотрены методы приведения получаемых в разное время финансовых (денежных) потоков к одному временному периоду. При этом принималась во внимание некоторая единичная сумма – разовый поток. Однако, как известно, денежный поток может быть не только единичным, но и состоять из некоторых последовательных поступлений или выбытий денежных средств. В этом случае, алгоритмы расчета наращенной и приведенной стоимостей несколько отличаются от рассмотренных.

При общей постановке задачи, что имеется ряд платежей первоначальной стоимости с различной величиной членов Рi, выплачиваемых в течение n лет по ставке r, наращенная к концу срока сумма потока платежей методом прямого счета определяется как:

 - для простых процентов

- для сложных процентов

где i = 1…w - количество членов потока платежей.

Пример: График предусматривает следующий порядок выдачи ссуд во времени: 1 июля 2004г. – 5тыс.руб., 1 января 2005г. – 15 тыс., 1 января 2006г. – 18тыс. Необходимо определить сумму задолженности на начало 2007г. при условии, что проценты начисляются ежегодно по ставке 20%.

Схематично условия задачи можно изобразить так:

5 15 18 ?

t

1.06 1.01 1.01 1.01

2004 2005 2006 2007

Согласно условию примера, необходимо определить наращенную стоимость данного потока на 1.01.07. Оцениваем стоимость каждого члена потока и суммируем значения:



Современная стоимость суммы долга на начало контракта (1.07.04г.) составит:



или

Наращенная сумма, полученная таким образом – это не что иное, как представление всех членов потока в виде одного числа, приуроченного к концу срока. В указанной формуле находит свое решение прямая задача оценки денежного потока. При этом, значения ставок процента, действовавших в отдельные периоды периода n могут совпадать, а могут и различаться. Современная стоимость такого потока находят прямым счетом как сумму дисконтированных платежей. Современная стоимость потока платежей представляет собой его обобщающую оценку, приуроченную к началу операции:

-для простых процентов

- для сложных процентов

Между данными формулами сохраняется функциональная зависимость, которую мы уже отмечали:

 

В главе 2 было рассмотрено, что денежный поток, в котором денежные поступления (или выплаты) в каждом периоде одинаковы по величине, называется рентой или аннуитетом. В связи с данной спецификой рент, расчет их будущей или дисконтированной стоимости несколько упрощается. При этом принимается во внимание вид ренты – постнумерандо (выплаты на конец периода) или пренумерандо (выплаты на начало периода).

Так как финансовая рента представляет собой поток платежей, состоящий из одинаковых членов, то в качестве первоначальной стоимости выступает размер отдельного платежа, который принято обозначать R.

Для решения прямой задачи оценки срочных аннуитетов постнумерандо (FRpst) и пренумерандо (FRpre) при заданных величинах регулярного поступления (R) и процентной ставке r используют следующие формулы:





Пример: Для обеспечения некоторых будущих расходов создается фонд, средства в который поступают в виде постоянной годовой ренты постнумерандо (пренумерандо) в течение 5 лет. Размер разового платежа 4 млн.руб. На поступившие взносы начисляется проценты по ставке 18% годовых. Определить величину фонда на конец срока.





Экономический смысл показателя , называемого мультиплицирующим множителем для аннуитета (коэффициентом наращения ренты), заключается в следующем: он показывает, чему будет равна суммарная величина срочного аннуитета в одну денежную единицу к концу срока его действия. Предполагается, что производится лишь начисление денежных сумм, а их изъятие может быть сделано по окончании срока действия аннуитета. Т.о., при оценке рент используются только сложные проценты.

Для решения обратной задачи оценки срочных аннуитетов постнумерандо и пренумерандо, являющейся основой при анализе инвестиционных проектов, денежные притоки которых имеют вид аннуитетных поступлений, можно воспользоваться следующими формулами:





Экономический смысл показателя , называемого дисконтирующим множителем для аннуитета, заключается в том, что он показывает, чему равна с позиции текущего момента величина аннуитета с регулярными денежными поступлениями в размере одной денежной единицы, продолжающегося n равных периодов с заданной процентной ставкой r.

Между наращенной и современной стоимостью аннуитетов сохраняется указанная взаимосвязь: . При этом значения FR и PR  определяются по вышеприведенным формулам.

Если начисление процентов и\или выплаты членов ренты осуществляются чаще, чем один раз в год, используются следующие универсальные формулы. При этом количество начислений процентов в год (k) и выплат членов ренты (р) может как совпадать, так и не совпадать (к=р или к≠р):

 

 

На основании рассмотренных формул можно вывести алгоритмы для расчета других параметров ренты.

Величина ежегодного платежа определяется:

 или 

Для наиболее простого расчета срока ренты можно использовать следующие алгоритмы:

 

На практике часто встречаются случаи, когда члены потоков платежей изменяются во времени. Рассмотрим наиболее простой случай, когда члены денежного потока постнумерандо изменяются на постоянную абсолютную величину а.





При этом, значение параметра а может быть как положительной, так и отрицательной величиной, что следует учитывать в виде соответствующего знака в формуле.

Пример: Оплата долгосрочного контракта предусматривает ежегодные выплаты в конце года. Первый платеж равен 15 млн.руб. Последующие платежи увеличиваются каждый раз на 2 млн.руб. Начисление процентов производится по ставке 20% годовых. Срок выплат 10 лет. Определим современную и наращенную стоимость денежного потока.

Табличные значения при сроке в 10 лет и ставке 20% равны: FM2 = 0,1615; FM4 = 4,192472; FM3 = 25,95868211 (см. приложение).

P = 15\*4,192472 +(4,192472-10\*1,2-10)/0,2\*2 = 62,9+25,8 = 88,661

Зная, что FR = PR\*(1+r)n , определяем наращенную стоимость аннуитета:

FR = 88,661\*1,210 = 548,965

или F = 15\*25,95868211 +(25,95868211-10)\*2/0,2 = = 389,380+159,6 = 548,965

Второй вариант расчета наращенной стоимости ренты позволяет определить влияние каждого элемента потока, т.е. базового платежа и прироста. В нашем случае, постоянная рента с членом потока в 15млн.руб. дает накопление в сумме около 390 млн., при этом ежегодное увеличение члена рента на 2млн.руб. увеличивает наращенную стоимость на 160 млн.руб.

Рассмотренные формулы могут применяться и при условии систематического сокращения платежей.

Пример: Если по условиям предыдущего примера предполагается систематическое сокращение платежей на 1 млн. в год, то наращенная и дисконтированная стоимость составят:

F = 15\*25,95868211 +(25,9868211-10)\*(-1)/0,2 = 389,380-79,793 = 30,587млн.руб.

P = 15\*4,192472 +(4,192472-10\*1,2-10)/0,2\*(-1) = 62,9-12,9 = 50млн.руб.

При решении задач по расчету первого члена ренты R или ее прироста а, необходимые значения находят из вышерассмотренных формул.

Для рент пренумерандо наращенная и дисконтированная стоимость для потока с изменяющимися членами находятся по формулам:





Если члены ренты изменяются согласно геометрической прогрессии, т.е. на постоянную относительную величину **b**, используются следующие алгоритмы расчета:





где b - темп изменения члена ренты (темп роста или темп снижения). Например, если член ренты ежегодно увеличивается на 3%, то b =1+0,03=1,03; если член ренты уменьшается на 3% в год, то b = 1-0,03=0,97

*Пример: Предполагается, что плата за обучение, первоначально составляющая 20 тыс.руб. в год, будет увеличиваться на 10% ежегодно. Определите наращенную и современную стоимость такого потока платежей, если период обучения 5 лет, ставка доходности 5% годовых, а платежи осуществляются в конце периода.*

Используя рассмотренные формулы, получим:

 тыс.руб.

тыс.руб.

***Вопросы для самоконтроля:***

1. *В чем заключается концепция временной стоимости денег?*
2. *Назовите факторы, определяющие неравноценность финансовых (денежных) потоков, полученных в различные периоды времени и дайте им характеристику.*
3. *Каким образом учитывается временной фактор при принятии финансовых решений?*
4. *Дайте определение процессам дисконтирования и компаудинга. В чем заключается их экономический смысл?*
5. *Что понимается под современной и наращенной стоимостями?*
6. *Дайте определение видам ставок доходности.*
7. *В чем различия между простыми и сложными процентами?*
8. *В рамках решения каких задач может проводиться оценка денежного потока?*
9. *В чем заключается экономический смысл мультиплицирующего и дисконтирующего множителей?*
10. *Что такое эффективная ставка, для чего она применяется? Что означает к-разовое начисление процентов?*
11. *Какие ставки называют эквивалентными?*
12. *В чем заключается экономический смысл показателей FM3(r;n) и FM4(r;n)?*