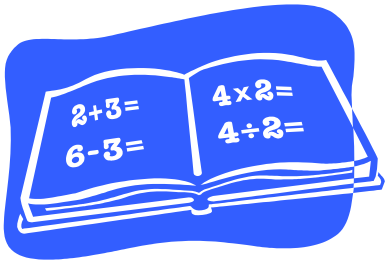
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

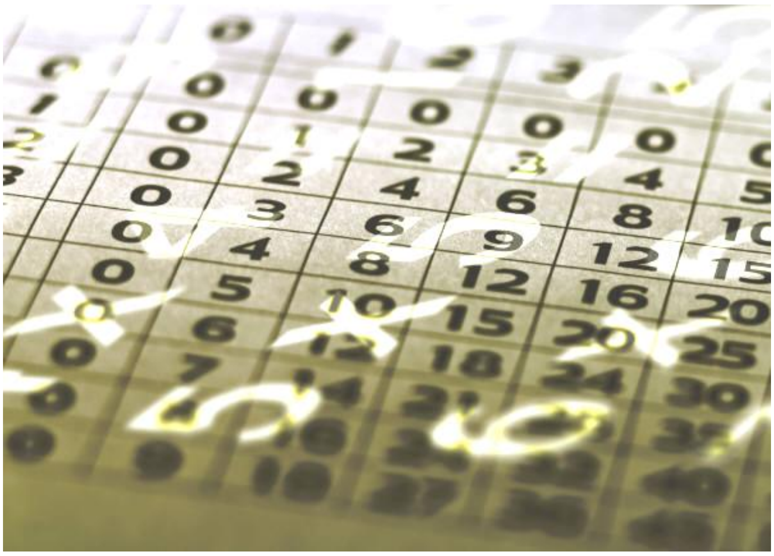
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТОРГОВО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
(Оренбургский филиал РГТЭУ)



Лаптева Е. В.
Золотова Л. В.

Статистические методы исследования в экономике

Учебное пособие



Оренбург
2013

ББК 31
УДК 60.6
Л 24

Одобрено и рекомендовано к изданию Советом Оренбургского филиала РГТЭУ. Протокол № 2 от 24.09.2013 г.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

А. С. Юматов, кандидат экономических наук, доцент кафедры экономики ФГБОУ ВПО «Оренбургский государственный институт менеджмента»;
С. В. Хабарова, кандидат экономических наук, доцент кафедры статистики и экономического анализа ФГБОУ ВПО «Оренбургский государственный аграрный университет»

Лаптева Е.В., Золотова Л. В.

Л 24 Статистические методы исследований в экономике: учебное пособие / Е.В.Лаптева, Л.В. Золотова. – Оренбург: ООО «Школково», 2013. – 171 с.
ISBN 978-5-9904198-2-7

В учебном пособии в систематизированном виде изложены и представлены статистические методы исследований в экономике, приведены конкретные примеры их использования в анализе социально-экономических явления и процессов в экономике, представлены примеры использования программных продуктов в процессии исследования.

Учебное пособие предназначено для магистров направления «Финансовая экономика» высших учебных заведений, преподавателей, аспирантов, научных работников, работников органов государственного и муниципального управления, руководителей организаций.

Работа издана в авторской редакции

ISBN 978-5-9904198-2-7

ОГЛАВЛЕНИЕ

1 ПОНЯТИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ В ЭКОНОМИКЕ

Статистические методы исследования в экономике – понятие достаточно обширное, включающее в себя комплекс статистических методов с целю изучения конкретных социально-экономических явлений и процессов.

В большом медицинском словаре можно встретить следующее определение статистических методов: «Статистический метод – совокупность взаимосвязанных приемов исследования массовых объектов и явлений с целью получения количественных характеристик и выявления общих закономерностей путем устранения случайных особенностей отдельных единичных наблюдений»[1].

В научной литературе можно встретить более простое толкование данного понятия: «Статистические методы – это методы анализа статистических данных»[2].

Типовые примеры раннего этапа применения статистических методов описаны в Библии, в Ветхом Завете. Там, в частности, приводится число воинов в различных племенах. С математической точки зрения дело сводилось к подсчёту числа попаданий значений наблюдаемых признаков в определённые градации.

Сразу после возникновения теории вероятностей (Паскаль, Ферма, XVII век) вероятностные модели стали использоваться при обработке статистических данных. Например, изучалась частота рождения мальчиков и девочек, было установлено отличие вероятности рождения мальчика от 0,5, анализировались причины того, что в парижских приютах эта вероятность не та, что в самом Париже, и т. д.

В 1794 г. (по другим данным – в 1795 г.) немецкий математик Карл Гаусс формализовал один из методов современной математической статистики метод наименьших квадратов[3]. В XIX веке значительный вклад в развитие практической статистики внёс бельгиец Кетле, на основе анализа большого числа реальных данных показавший устойчивость относительных статистических показателей, таких, как доля самоубийств среди всех смертей[4].

Первая треть XX века прошла под знаком параметрической статистики. Изучались методы, основанные на анализе данных из параметрических семейств распределений, описываемых кривыми семейства Пирсона. Наиболее популярным было нормальное распределение. Для проверки гипотез использовались критерии Пирсона, Стьюдента, Фишера. Были

---

[1] Большой медицинский словарь. 2000.

[2] Свободная энциклопедия «Википедия» // http://ru.wikipedia.org/wiki/Статистика

[3] Клейн Ф. Лекции о развитии математики в XIX столетии. Часть I. — Москва, Ленинград: Объединенное научно-техническое издательство НКТП СССР, 1937.

[4] Плошко Б.Г., Елисеева И.И. История статистики: Учеб. пособие. — Москва, Ленинград: Финансы и статистика, 1990.

предложены метод максимального правдоподобия, дисперсионный анализ, сформулированы основные идеи планирования эксперимента.

Разработанную в первой трети XX века теорию анализа данных называют параметрической статистикой, поскольку её основной объект изучения – это выборки из распределений, описываемых одним или небольшим числом параметров. Наиболее общим является семейство кривых Пирсона, задаваемых четырьмя параметрами. Как правило, нельзя указать каких-либо веских причин, по которым распределение результатов конкретных наблюдений должно входить в то или иное параметрическое семейство. Исключения хорошо известны: если вероятностная модель предусматривает суммирование независимых случайных величин, то сумму естественно описывать нормальным распределением; если же в модели рассматривается произведение таких величин, то итог, видимо, приближается логарифмически нормальным распределением и так далее.

Статистические методы анализа данных применяются практически во всех областях деятельности человека. Их используют всегда, когда необходимо получить и обосновать какие-либо суждения о группе (объектов или субъектов) с некоторой внутренней неоднородностью.

Целесообразно выделить три вида научной и прикладной деятельности в области статистических методов анализа данных (по степени специфичности методов, сопряженной с погруженностью в конкретные проблемы):

1) разработка и исследование методов общего назначения, без учета специфики области применения;

2) разработка и исследование статистических моделей реальных явлений и процессов в соответствии с потребностями той или иной области деятельности;

3) применение статистических методов и моделей для статистического анализа конкретных данных[1].

Применение статистических методов и моделей для статистического анализа конкретных данных тесно привязано к проблемам соответствующей области. Результаты третьего из выделенных видов научной и прикладной деятельности находятся на стыке дисциплин. Их можно рассматривать как примеры практического применения статистических методов. Но не меньше оснований относить их к соответствующей области деятельности человека.

Теория статистических методов нацелена на решение реальных задач. Поэтому в ней постоянно возникают новые постановки математических задач анализа статистических данных, развиваются и обосновываются новые методы. Обоснование часто проводится математическими средствами, то есть путем доказательства теорем. Большую роль играет методологическая составляющая — как именно ставить задачи, какие предположения принять с целью дальнейшего математического изучения. Велика роль современных информационных технологий, в частности, компьютерного эксперимента.

[1] Свободная энциклопедия «Википедия» // http://ru.wikipedia.org/wiki/Статистика

Актуальной является задача анализа истории статистических методов с целью выявления тенденций развития и применения их для прогнозирования.

Р.А.Шмойлова отмечает, что метод статистики – это целая совокупность приемов, пользуясь которыми статистика исследует свой предмет. Он включает в себя методы:

1. Статистическое наблюдение – заключается в сборе первичного статистического материала. Это первый этап всякого статистического исследования.

2. Метод группировок дает возможность все собранные в результате массового статистического наблюдения факты подвергать систематизации и классификации. Это второй этап статистического исследования.

3. Метод обобщающих показателей - позволяет характеризовать изучаемые явления и процессы при помощи статистических величин – абсолютных, относительных, средних. На этом этапе статистического исследования выявляются взаимосвязи и масштабы явлений, определяются закономерности развития, даются прогнозные оценки[1].

Классификация статистических методов с этапами исследования представлена в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Классификация статистических методов в соответствии с этапами исследования

Этап статистического исследования	Методы статического исследования
Статистическое наблюдение	По организационным формам: 1. Статическая отчетность 2. Специально организованное наблюдение 3. Регистры По видам статистического наблюдения: 1. Текущее (или непрерывное) 2. Прерывное - периодическое - единовременное По охвату единиц совокупности: 1. Сплошное 2. Несплошное - выборочное - основного массива - монографическое По способам: 1. Непосредственное 2. Документальное 3. Опрос

[1] Теория статистики / Под ред. Р. А. Шмойловой. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 560 с.

	- экспедиционный - корреспондентский - анкетный - явочный
Первичная обработка, сводка и группировка результатов наблюдения	По задачам: 1. Типологическая группировка 2. Структурная группировка 3. Аналитическая группировка По признаку: 1. Простая 2. Сложная
Анализ полученных сводных материалов	1. Абсолютных, относительных и средних величин 2. Анализ вариации 3. Статистическое изучение взаимосвязи социально-экономических явлений 4. Анализ рядов динамики 5. Статистический анализ структуры и структурных изменений 6. Экономические индексы

В зависимости от цели исследования аналитик самостоятельно выбирает необходимые группы методов.

Следует отметить, что практика применения статистических методов в экономике тесно взаимосвязана с прикладной статистикой. Прикладная статистика – это наука о методах обработки статистических данных[1].

Методы прикладной статистики активно применяются в технических исследованиях, экономике менеджменте, социологии, медицине, геологии, истории и т. д. С результатами наблюдений, измерений, испытаний, опытов, с их анализом имеют дело специалисты во многих областях теоретической и практической деятельности.

В СССР термин «прикладная статистика» вошёл в широкое употребление в 1981 г. после выхода массовым тиражом сборника «Современные проблемы кибернетики (прикладная статистика)». В этом сборнике обосновывалась трёхкомпонентная структура прикладной статистики. Во-первых, в неё входят ориентированные на прикладную деятельность статистические методы анализа данных. Однако прикладную статистику нельзя целиком относить к математике. Она включает в себя две внематематические области: методологию организации статистического исследования и организацию компьютерной обработки данных, в том числе разработку и использование баз данных и электронных таблиц, статистических программных продуктов, например, диалоговых систем

[1] Орлов А. И. О развитии прикладной статистики. – В сб.: Современные проблемы кибернетики (прикладная статистика). – М.: Знание, 1981, с.3-14.

анализа данных. В СССР термин «прикладная статистика» использовался и ранее 1981 г., но лишь внутри сравнительно небольших и замкнутых групп специалистов[1].

Прикладная статистика – методическая дисциплина, являющаяся центром статистики. При применении методов прикладной статистики к конкретным областям знаний и социально-экономическим явлениям в экономике получаются научно-практические дисциплины типа «статистика в промышленности», «статистика в медицине», «статистика в психологии» и др. С этой точки зрения эконометрика – это «статистические методы в экономике»[2]. Математическая статистика играет роль математического фундамента для прикладной статистики.

К настоящему времени очевидно чётко выраженное размежевание этих двух научных направлений. Математическая статистика исходит из сформулированных в 1930 – 1950 гг. постановок математических задач, происхождение которых связано с анализом статистических данных. Начиная с 1970-х годов исследования по математической статистике посвящены обобщению и дальнейшему математическому изучению этих задач.

Прикладная статистика нацелена на решение реальных задач. Поэтому в ней возникают новые постановки математических задач анализа статистических данных, развиваются и обосновываются новые методы. Обоснование часто проводится математическими методами, то есть путём доказательства теорем. Большую роль играет методологическая составляющая – как именно ставить задачи, какие предположения принять с целью дальнейшего математического изучения. Велика роль современных информационных технологий, в частности, компьютерного эксперимента.

Хотя статистические данные собираются и анализируются с незапамятных времён, современная математическая статистика как наука была создана, по общему мнению специалистов, сравнительно недавно - в первой половине XX в. Именно тогда были разработаны основные идеи и получены результаты, излагаемые ныне в учебных курсах математической статистики. После чего специалисты по математической статистике занялись внутриматематическими проблемами, а для теоретического обслуживания проблем практического анализа статистических данных стала формироваться новая дисциплина – прикладная статистика. В настоящее время статистическая обработка данных проводится, как правило, с помощью соответствующих программных продуктов.

Статистический пакет – программный продукт, предназначенный для статистической обработки данных.

Являются надежным инструментом повышения качества принимаемых решений. В пакет, как правило, входит: деловая графика, дисперсионный анализ, регрессионный анализ, анализ временных рядов и пр.

---

[1] Орлов А. И. О развитии прикладной статистики. – В сб.: Современные проблемы кибернетики (прикладная статистика). – М.: Знание, 1981, с.3-14.

[2] Орлов А. И. Эконометрика. Учебник для вузов. Изд. 3-е, исправленное и дополненное. — М.: Изд-во «Экзамен», 2004. — 576 с.

Можно выделить два вида статистических пакетов.

Из зарубежных пакетов это STATGRAPHICS, SPSS, SYSTAT, BMDP,SAS, CSS, STATISTICA, S-plus, и др.

Из российских можно назвать такие пакеты, как STADIA, ЭВРИСТА, МЕЗОЗАВР, ОЛИМП: Стат-Эксперт, Статистик-Консультант, САНИ, КЛАСС-МАСТЕР и др.

Отечественные статистические пакеты, которые устойчиво представлены на рынке в течение последних лет, в значительной степени лишены таких недостатков, которые есть у западных продуктов. Они предполагают наличие широкого первоначального статистического образования, доступной литературы и консультационных служб. Поэтому они содержат мало экранных подсказок и требуют внимательного изучения документации на английском языке.

Основную часть имеющихся пакетов составляют специализированные пакеты и пакеты общего назначения.

Специализированные пакеты обычно содержат методы из одного – двух разделов статистики или методы, используемые в конкретной предметной области (контроль качества промышленной продукции, расчет страховых сумм и т.д.). Чаще всего встречаются пакеты для анализа временных рядов (например, ЭВРИСТА, МИЗОЗАВР, ОЛИМП: Стат-Эксперт), регрессионного и факторного анализа. Обычно эти пакеты содержат весьма полный набор традиционных методов в своей области, а иногда включают также и оригинальные методы и алгоритмы, созданные разработчиками пакета. Как правило, пакет и его документация ориентированы на специалистов, хорошо знакомых с соответствующими методами.

Особое место на рынке занимают так называемые статистические пакеты общего назначения. Широкий диапазон статистических методов, дружелюбный интерфейс пользователя привлекает в них не только начинающих пользователей, но и специалистов. Универсальность этих пакетов особенно полезна:

1) на начальных этапах обработки, когда речь идет о подборе статистической модели или метода анализа данных;

2) когда поведение статистических данных выходит за рамки использовавшейся ранее модели;

3) в процессе обучения основам статистики.

Именно пакеты общего назначения составляют большинство продаваемых на рынке статистических программ. К таким пакетам относятся системы STADIA и SPSS, а также пакеты STATGRAPHICS, STATISTICA, S-plus, и др.

Для того чтобы статистический пакет общего назначения был удобен и эффективен в работе, он должен удовлетворять многочисленным и весьма жестким требованиям. В частности, необходимо, чтобы он:

1) содержал достаточно полный набор стандартных статистических методов;

2) был достаточно прост для быстрого освоения и использования;

3) отвечал высоким требованиям к вводу, преобразованиям и организации хранения данных;

4) имел широкий набор средств графического представления данных и результатов обработки;

5) предоставлял удобные возможности для включения в отчеты таблиц исходных данных, графиков, промежуточных и окончательных результатов обработки;

6) имел подробную документацию, доступную для начинающих и информативную для специалистов-статистиков.

Пакеты, рассчитанные на массового пользователя, стоят дешевле, чем западные – обычно 500-1500 долларов. Эти пакеты отличаются от профессиональных, прежде всего ориентацией на индивидуального пользователя: преимущественно диалоговым режимом работы, наличием ограничений по объему обрабатываемых данных и т.д.

Отечественные статистические пакеты стоят существенно дешевле, как правило, их цена составляет от 50 до 300 долларов.

2 ГРУППИРОВКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Информация об отдельных единицах совокупности, получаемая в процессе статистического наблюдения, характеризует их с различных сторон. Важнейшим этапом исследования является систематизация первичных данных и получение на этой основе сводной характеристики объекта в целом при помощи обобщающих показателей, что достигается путем сводки и группировки первичного статистического материала.

Статистическая сводка – систематизация единичных фактов, позволяющая перейти к обобщающим показателям для выявления типичных черт и закономерностей, присущих изучаемому явлению в целом[1].

Статистическая сводка различается по ряду признаков:

1) по сложности построения;
2) месту проведения;
3) способу обработки материалов статистического наблюдения.

По первому признаку различают:

1) простую сводку – операции по подсчету общих итогов по совокупности единиц наблюдения;

2) сложную сводку – как комплекс операций, включающих группировку единиц наблюдения, подсчет итогов по каждой группе и по всему объекту и представлении результатов в виде статистических таблиц.

По второму признаку различают:

Централизованная, когда весь первичный материал поступает в одну организацию и подвергается в ней обработке от начала до конца; и децентрализованная, когда отчеты сводятся местными статистическими органами, а итоги поступают в Росстат и там определяются итоговые показатели в целом по стране.

По способу обработки сводка бывает механизированной (с использованием ЭВМ) и ручной.

Сводка статистической информации, как правило, не ограничивается получением общих итогов. Чаще всего исходная информация на этой стадии систематизируется, образуются отдельные статистические совокупности, т.е. осуществляется статистическая группировка.

Группировка – это процесс образования однородных групп на основе расчленения статистической совокупности на части или объединения единиц в частные совокупности по определенным, существенным для них признаками.

Признаки, по которым производится распределение единиц наблюдения совокупности на группы, называются группировочными признаками или основанием группировки.

[1] Балдин К.В., Рукосуев А.В. Общая теория статистики: Учебное пособие. – М.: Дашков и К, 2010. - 312 с.

С помощью метода группировок решаются следующие задачи: выделение социально-экономических типов явлений; изучение структуры явления и структурных сдвигов; выявление связи и зависимости между явлениями.

В соответствии с задачами группировки различают следующие их виды: типологическая, структурная, аналитическая.

Типологическая – это расчленение однородной совокупности на отдельные, качественно однородные группы и выявление на этой основе экономических типов явлений (группировка предприятий по формам собственности).

При построении такой группировки основное внимание уделяется выбору группировочного признака. Решение об основании группировки осуществляется на основе анализа сущности явлений.

Пример типологической группировки представлен в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Группировка населения в Оренбургской области по уровню образования (условные данные)

Показатели	2012 г.	
	тыс.чел.	в % к итогу
Численность обучающихся – всего	206,1	100
в том числе в: общеобразовательных учреждениях	124,67	60,49
учреждениях начального профессионального образования	11,60	5,63
учреждениях среднего профессионального образования	23,10	11,21
учреждениях высшего профессионального образования	46,25	22,44
аспирантуре и докторантуре	0,45	0,22

Структурной называется группировка, которая предназначена для изучения однородной совокупности по какому-либо варьирующему признаку.

Пример структурной группировки представлен в таблице 2.2.

Группировка, выявляющая взаимосвязи между явлениями и их признаками, называется аналитической.

Пример аналитической группировки представлен в таблице 2.3.

Все признаки в статистике подразделяются на факторные и результативные.

Факторными называются признаки, под воздействием которых изменяются другие признаки – они и образуют группу результативных признаков. Взаимосвязь проявляется в том, что с возрастанием значения факторного признака систематически возрастает или убывает значение результативного признака. Особенностями аналитической группировки является то, что единицы группируются по факторному признаку, каждая выделенная группа характеризуется средними значениями результативного признака.

Таблица 2.2 – Структура инвестиций в строительство по формам собственности в Оренбургской области (условные данные)

Показатели	2003 г.		2006 г.		2009г.		2012 г.		Изменение 2012 г.г. к 2003 г. , п.п.
	всего	% к итогу	всего	% к итогу	всего	% к итогу	всего	% к итогу	
Государственная	548,6	56,6	758,1	55,7	838,3	56,8	863,8	57,4	0,8
Муниципальная	176,2	18,2	188,8	13,6	203,8	13,3	202,1	15,1	-3,1
Частная	116,8	12,1	224,8	18,0	270	16,6	252,8	19,4	7,4
Смешанная российская	56,3	5,8	79,3	4,4	66,8	4,6	70,6	5,2	-0,6
Общественных и религиозных организаций	18,3	1,9	32	3,4	50,4	3,5	52,5	3,3	1,4
Потребительской кооперации	9,1	0,9	14,2	1,3	19,6	1,4	21,8	1,5	0,6
Совместная российская и иностранная	43,9	4,5	52	3,6	54,8	3,8	57,2	4,0	-0,5
Всего	969,2	100,0	1349,2	100,0	1503,7	100,0	1520,8	100,0	х

Таблица 2.3 – Группировка районов Оренбургской области по уровню производства молока в 2012 г. (условные данные)

Номер группы	Группы по объему производства молока, тыс.ц	Среднее значение в группе ($\bar{x}$), тыс.ц		Средне квадратическое отклонение (σ), тыс.ц		Коэффициент вариации (V_{σ}), %	
		В целом по группе	По подгруппам	В целом по группе	По подгруппам	В целом по группе	По подгруппам
1	До 47	45,6	25,01	26,27	13,27	57,57	53,06
	47,1- 95		94,36		24,17		25,61
2	95,1 – 143	141,2	109,15	27,31	9,69	19,34	8,88
	143,1 – 191		162,56		6,32		3,89
3	191,1 – 239	240,8	196,7	44,05	-	18,29	-
	свыше 239		284,8		-		-
В среднем по совокупности		63,53		47,73		75,13	

Все рассмотренные виды группировок могут быть построены по одному или нескольким существенным признакам.

Группировка, в которой, группы образованы по одному признаку, называются простой.

Сложной называется группировка, в которой расчленение совокупности на группы производится по двум и более признакам, взятыми в сочетании. Сначала группы формируются по одному признаку, затем группы делятся на подгруппы по другому признаку и т.д. Сложные группировки дают возможность изучить единицы совокупности одновременно по нескольким признакам.

Сложная группировка строится в следующей последовательности: сначала производится группировка по атрибутивным признакам, затем по количественным.

Построение группировок начинается с определения состава группировочного признака. Выбор группировочного признака один из самых сложных вопросов теории группировки.

В основании группировки могут быть положены как количественные, так и атрибутивные признаки.

После этого определяют количество групп, на которые, надо разбить совокупность. Число групп зависит от задач исследования и вида показателя, положенного в основание. Если группировка строится по атрибутивному признаку то групп столько, сколько имеется градаций. Например, группировка по формам собственности.

Если группировка строится по количественному признаку, то следует обратить внимание на число единиц объекта. При небольшом объеме не следует образовывать слишком большое число групп.

Определение числа групп можно осуществить математическим путем с помощью формулы Стерджесса:

$$n=1+3{,}322*Lg(N) \tag{2.1}$$

где n- число групп;

N-число единиц совокупности.

Когда определено число групп, следует определить интервал группировки. Интервал – это значение варьирующего признака, лежащее в определенных границах. Каждый интервал имеет свою величину, верхнюю и нижнюю границы или хотя бы одну из них.

Нижней границей называется наименьшее значение признака в интервале, верхней- наибольшее.

Если вариация признака проявляется в узких границах и распределение носит равномерный характер, то строят группировку с равными интервалами.

Величина равного интервала определяется по формуле (2.2).

$$h=R/n=\frac{X_{max}-X_{min}}{n} \tag{2.2}$$

где R-размах совокупности

x_{max} и X_{min} - макс. и миним. значения признака в совокупности

n- число групп

Если h имеет один знак до запятой, то значения округляют до десятых: 0,66-0,7; 1,372-1,4; 5,8-5,8.

Если, имеется 2 значащие цифры до запятой сколько знаков после запятой, то величину округляют до целого числа: 12,785 – 13.

Если размах вариации велик и значения варьируют неравномерно, то используют группировку с неравными интервалами.

Интервалы группировки могут быть открытыми и закрытыми. Закрытые интервалы, у которых имеются верхняя и нижняя границы. У открытых указана только одна граница- верхняя или нижняя.

Разновидностью группировок является классификация. В основу классификации всегда кладется атрибутивный признак. Классификационные стандарты, устойчивы, разрабатываются органами государственной и международной статистики.

К построению группировок предъявляются следующие требования:

1) количество единиц в группе должно быть не менее 3;

2) количество групп не менее 3;

3) насыщенность центральных групп;

4) в одной группе не более 50% всей совокупности.

Результаты сводки и группировки оформляются в виде статистических рядов распределения.

Статистические ряды распределения – это упорядоченное распределение единиц совокупности по определенному признаку. В зависимости от признака, положенного в основу ряда, различают атрибутивные и вариационные ряды.

Атрибутивными называют ряды, построенные по качественным признакам. Они характеризуют состав совокупности по тем или иным существующим признакам. Пример: распределение студентов группы по полу.

Вариационными рядами называют ряды, построение по количественному признаку.

Любой вариационный ряд состоит из вариантов и частот. Вариантами считаются отдельные значения признака, которые он принимает в вариационном ряду, т.е. конкретные значения варьирующего признака. Частоты – это численность отдельных вариантов или каждой группы вариационного ряда, т.е. это числа, показывающие, как часто встречаются те или иные варианты в ряду распределения. Сумма всех частот определяет численность всей совокупности.

В зависимости от характера вариации признака различают дискретные и интервальные вариационные ряды.

Дискретный вариационный ряд характеризует распределение единиц совокупности по дискретному признаку, когда величина количественного признака принимает только целые значения.

Интервальный ряд характеризует распределение единиц совокупности в случае непрерывной вариации изучаемого признака, величина которого может принимать в определенных пределах любые значения.

Пример 2.1.

Произведем группировку магазинов (таблица 2.4) по признаку торговой площади, образовав 5 групп с равными интервалами. Каждую группу и всю совокупность магазинов охарактеризуем по количеству магазинов; размером торговой площади, товарооборота, издержек обращения; основных фондов; средним уровнем издержек обращения (в % к товарообороту); размером торговой площади, приходящейся на одного продавца. Построим групповую таблицу и сделаем выводы.

Таблица 2.4 - Показатели деятельности магазинов (условные данные)

№ магазина	Товарооборот, млн. руб.	Издержки обращения, млн. руб.	Среднегодовая стоимость основных фондов, млн. руб.	Численность продавцов, чел.	Торговая площадь, м^2
10	280	46,8	6,3	105	1353
11	156	30,4	5,7	57	1138
12	213	28,1	5,0	100	1216
13	298	38,5	6,7	112	1352
14	242	34,2	6,5	106	1445
15	130	20,1	4,8	62	1246
16	184	22,3	6,8	60	1332
17	96	9,8	3,0	34	680
18	304	38,7	6,9	109	1435
19	95	11,7	2,8	38	582
20	352	40,1	8,3	115	1677
21	101	13,6	3,0	40	990
22	148	21,6	4,1	50	1354
23	74	9,2	2,2	30	678
24	135	20,2	4,6	52	1380
25	320	40,0	7,1	140	1840
26	155	22,4	5,6	50	1442
27	262	29,1	6,0	102	1720
28	138	20,6	4,8	46	1520
29	216	28,4	8,1	96	1673

Решение:

Определяем шаг интервала: $i = \dfrac{x_{\max} - x_{\min}}{m}$,

Число групп: $m = 5, x_{\max} = 1840, x_{\min} = 582$

$$i = \frac{1840 - 582}{5} = 252 м^2$$

Формируем интервалы:

Интервалы по величине торговой площади, м^2	Количество магазинов
(582; 834)	3
(834; 1085)	1
(1085; 1337)	4
(1337; 1588)	7
(1588; 1840)	4

Таблица 2.5 - Группировка магазинов по величине торговой площади

Количество магазинов		3	1	4	7	4
Размер торговой площади, м^2	В сумме	1940	990	4932	9928	6910
	В среднем на один магазин	646,7	990,0	1233,0	1418,3	1727,5
Товарооборот, млн.руб.	В сумме	265	101	683	1420	1150
	В среднем на один магазин	88,3	101,0	170,8	202,9	287,5
Издержки обращения, млн. руб.	В сумме	30,7	13,6	100,9	196,2	137,6
	В среднем на один магазин	10,2	13,6	25,2	28,0	34,4
Среднегодовая стоимость основных фондов, млн. руб.	В сумме	8	3	22,3	39,2	29,5
	В среднем на один магазин	2,7	3,0	5,6	5,6	7,4
Средний уровень издержек обращения (в % товарообороту)		11,6	13,5	14,8	13,8	12,0
Размер торговой площади, приходящейся на одного продавца, м^2		19,0	24,8	17,7	18,9	15,3

Вывод: Таким образом, на основе полученных расчетных данных можно сделать вывод, что первая группа размером торговой площади в интервале от 582 до 834 м2 характеризуется самыми низкими показателями в расчете на один магазин. Пятая группа, наоборот, самыми высокими показателями в расчете на один магазин. При этом наблюдается обратное соотношение в размере торговой площади, приходящейся на одного продавца – первая группа характеризуется наибольшей площадью (19 м2), пятая группа – наименьшей (15,2 м2).

Пример 2.2.

Для изучения зависимости между размером прибыли и среднегодовой стоимостью основных производственных фондов (таблица 2.6) произведем группировку предприятий по среднегодовой стоимости основных производственных фондов, образовав четыре группы с равными интервалами. По каждой группе и по совокупности предприятий в целом подсчитаем число предприятий; среднегодовую стоимость основных производственных фондов всего и в среднем на одно предприятие; прибыль всего и в среднем на одно предприятие. Результаты расчетов представим в виде групповой таблицы, построим полигон распределения и сделаем выводы.

Таблица 2.6 – Распределение предприятий по среднегодовой стоимости ОФ и прибыли

Предприятие	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, млн.руб.	Прибыль, млн.руб.
А	45,0	55,0
Б	55,5	70,0
В	13,6	25,0
Г	65,7	86,0
Д	110,9	165,5
Ж	70,4	80,0
З	30,3	40,0
К	80,5	128,0
Л	115,5	160,0
М	15,9	32,0

Решение

Определяем шаг интервала: $i = \frac{x_{max} - x_{min}}{m}$,

Число групп: $\grave{o} = 4, x_{max} = 115{,}5, x_{min} = 45$

$$i = \frac{115{,}5 - 45}{4} = 17{,}6\ \text{ìëí.ðóá.}$$

Формируем интервалы:

Интервалы	Количество предприятий
(45; 62,6)	5
(62,6; 80,2)	2
(80,2; 97,8)	1
(97,8; 115,5)	2

Таблица 2.7 – Групповая таблица по совокупности предприятий по среднегодовой стоимости основных фондов и прибыли

Стоимость основных фондов		Число предприятий	Прибыль	
В сумме	В среднем на одно предприятие		В сумме	В среднем на одно предприятие
160,3	32,06	5	222	44,4
136,1	68,05	2	166	83
80,5	80,5	1	128	128
226,4	113,2	2	325,5	162,75

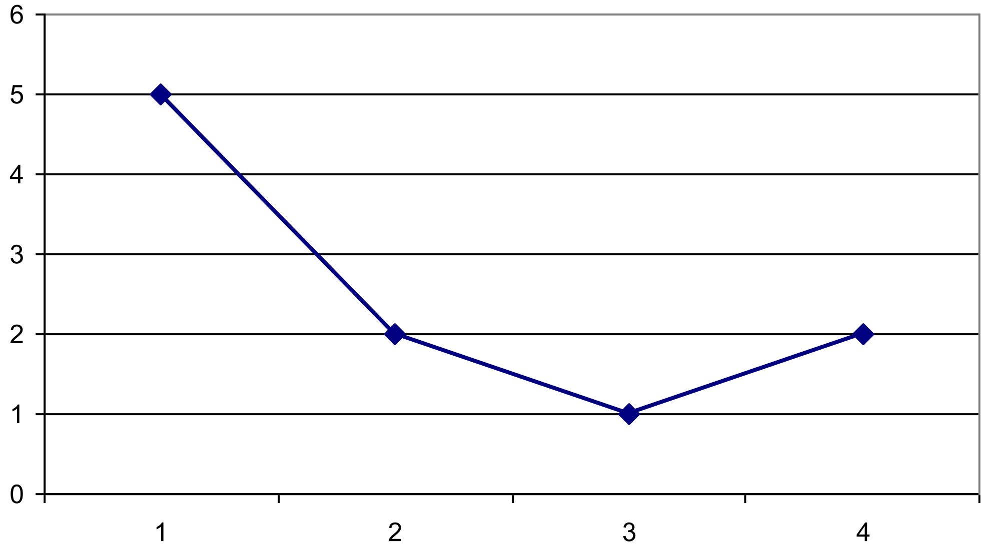


Рисунок 2.1 – Полигон распределения предприятий по группам

Вывод: Таким образом, на основе полученных расчетных данных можно сделать вывод, что существует определенная взаимосвязь между величиной среднегодовой стоимостью основных фондов и прибылью. С увеличением стоимости основных фондов увеличивается и прибыль предприятий. Связь между признаками прямая. Первая группа с уровнем среднегодовой стоимости основных фондов от 45 до 62,2 млн.руб. самая многочисленная – 5 предприятий – характеризуется самыми низкими средними показателями.

3 СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РЯДОВ ДИНАМИКИ

Одним из наиболее точных и содержательных методов изучения социально-экономических явлений и процессов в настоящее время является метод анализа временных рядов. «Временной ряд – это последовательность упорядоченных во времени числовых показателей, характеризующих уровень состояния и изменения изучаемого явления»[1].

Для всестороннего и полного изучения временного ряда в первую очередь необходимо проанализировать изменения явления во времени, т.е. изучить динамику процесса. Далее необходимо проверить гипотезу о наличии тенденции развития, выбрать лучшее уравнение тренда, проверить адекватность выбранной модели. Затем сделать прогноз по выбранному уравнению тренда в пределах доверительных интервалов.

Для анализа динамики и чтобы построить систему показателей динамики, необходимо рассчитать абсолютные и относительные показатели динамики. Анализ скорости и интенсивности развития явления во времени осуществляется с помощью статистических показателей, которые получаются в результате сравнения уровней между собой. К таким показателям относятся: абсолютный прирост, темп роста, темп прироста, абсолютное содержание 1% прироста, абсолютное ускорение, средний уровень ряда, средний темп роста, средний темп прироста, средний абсолютный прирост. Расчет показателей можно вести двумя способами: по базисной системе сравнения и по цепной системе сравнения[2].

Рассмотрим эти показатели подробнее:

1. Абсолютный прирост (Δ) характеризует размер увеличения (или уменьшения) уровня ряда за определенный промежуток времени. Он определяется как разница между любым уровнем ряда и уровнем, принятым за базу сравнения, т.е. с начальным уровнем – первым показателем ряда.

$$\Delta = y_i - y_{i-1}, или\ \Delta' = y_i - y_k \quad (3.1)$$

где i=1,2,3,…,n.

$\Delta - цепной$

$\Delta' - базисный$

---

[1] Дуброва Т.А.Статистические методы прогнозирования. – М. Юнити, 2003. – 206 с.

[2] Теория статистики / Под ред. Р. А. Шмойловой. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 560 с.

2. Показатель интенсивности изменения уровня ряда в зависимости от того, выражается ли он в виде коэффициента или в процентах, принято называть коэффициентом роста (Кр) или темпом роста (Тр). Коэффициент роста показывает, во сколько раз данный уровень ряда больше базисного уровня (если он больше 1) или какую часть базисного уровня составляет уровень текущего периода за некоторый промежуток времени (если он меньше 1). В качестве базисного уровня может приниматься начальный уровень ряда при базисной системе либо для каждого последующего предшествующий ему при цепной системе.

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{y_i}{y_{i-1}}, \text{или } K'_p = \frac{y_i}{y_k}; \\ T_p &= K_p \cdot 100, \text{или } T'_p = K'_p \cdot 100. \end{aligned} \qquad (3.2)$$

3. Темп прироста (Тп) характеризует относительную скорость изменения уровня ряда в единицу времени и показывает, на какую долю (или процент) уровень данного периода или момента времени больше (или меньше) базисного уровня. Темп прироста рассчитывается как отношение абсолютного прироста к уровню ряда, принятого за базу:

$$T_n = T_p - 100, \text{или } T'_n = T'_p - 100\,. \qquad (3.3)$$

4. Абсолютное значение 1% прироста (А) представляет собой сотую часть базисного уровня и в то же время отношение абсолютного прироста к соответствующему темпу прироста. Он показывает абсолютный рост явления при росте явления на 1%:

$$A = \frac{\Delta}{T_n}, \text{или} A' = \frac{\Delta'}{T'_n}\ . \qquad (3.4)$$

5. Абсолютное ускорение – это разность между последующим и предыдущим абсолютным приростами (Δ'=Δi-Δi-1) Ускорение показывает, насколько данная скорость больше (меньше) предыдущей.

6. Средний уровень ряда динамики ($\vec{o}$) – определяется по базисной системе как частное от деления суммы начального и конечного уровней на 2, а по цепной системе по средней арифметической простой.

$$\vec{o} = \frac{\sum y}{n}. \qquad (3.5)$$

7. Средний абсолютный прирост ($\overline{\Delta}$) дает возможность установить, насколько в среднем за единицу времени должен увеличиться уровень ряда

(в абсолютном выражении), чтобы, отправляясь от начального уровня за данное число периодов, достигнуть конечного уровня.

$$\overline{\Delta} = \frac{\sum \Delta}{n-1}. \tag{3.6}$$

8. Средний темп роста ($\overline{T}_p$) показывает, во сколько раз в среднем за единицу времени изменился уровень динамического ряда.

$$\overline{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \cdot 100. \tag{3.7}$$

9. Средний темп прироста ($\overline{T}_n$) определяется как разница между средним темпом роста и единицей.

$$\overline{T}_n = \overline{T}_p - 100. \tag{3.8}$$

10. Средняя величина абсолютного значения 1% прироста ($\overline{A}$) определяется как:

$$\overline{A} = \frac{\overline{\Delta}}{\overline{T}_n}. \tag{3.9}$$

Для выявления факта наличия или отсутствия неслучайной составляющей $f(x)$, то есть для проверки гипотезы о существовании тренда - $H_0 : E_y(t) = a = const$ можно использовать различные критерии.

Например:

1) критерии серии, который имеет две модификации
   - критерий серий, основанный на медиане выборки;
   - критерий «восходящих - нисходящих» серий
2) метод Фостера – Стюарта и др.

Рассмотрим более подробно каждый из них.

Критерий серий, основанный на медиане выборки[1].

Для этого необходимо:

1. из исходного ряда с уровнями: $y_1, y_2, ..., y_n$ образовать ранжированный ряд: $y'_{1,} y'_2, ..., y'_n$, где y'_1- наименьшее значение уровней исходного ряда;

2. определить медиану Me этого вариационного ряда. В случае нечетного ряда $(n = 2m+1) - Me = y'_{m+1}$, в противном случае $(n = 2m)$, $Me = \frac{y'_m + y'_{m+1}}{2}$.

[1] Дуброва Т.А.Статистические методы прогнозирования. – М. Юнити, 2003. – 206 с.

3. образовать последовательность δ, из «+» и «-» по следующему правилу: $\delta_i = \begin{cases} "+", y_i > Me \\ "-", y_i < Me \end{cases}$ для всех t $\forall \in (1, n)$

4. необходимо подсчитать $\nu(n)$ совокупности δ_1, где под серией понимается последовательность подряд идущих «+» и «-». Один «+» или один «-» тоже считается серией. Определяем $\tau_{\max}(n)$ - протяженность самой длинной серии.

5. проверка гипотезы основывается на том, что при условии случайности ряда (при отсутствии систематической составляющей) протяженность самой длинной серии не должно быть слишком большой, а общее число серии слишком маленьким. Поэтому, для того, чтобы не была отвергнута гипотеза о случайности исходного ряда, должны выполняться следующие неравенства:

$$\nu(n) > \left[\frac{1}{2}(n + 1 - 1.96\sqrt{n-1}) \right] \qquad (3.10)$$

$$\tau_{\max}(n) < [1.43 \ln(n+1)] \qquad (3.11)$$

Если хотя бы одно из неравенств нарушается, то гипотеза отвергается с вероятностью ошибки α. Следовательно, подтверждается наличие зависящей от времени неслучайной составляющей.

Критерий «восходящих - нисходящих» серий[1].

1. образуется последовательность знаков – плюсов и минусов по следующему принципу:

$$\delta_i = \begin{cases} +, \text{åñëè } ó_{t+1} - y_t > 0 \text{ åñëè } t - 1,2,...,n-1 \\ -, \text{åñëè } y_{t+1} - y_t < 0 \text{ äëÿ } t = 1,2,...,n-1 \end{cases}$$

В случае если последующее наблюдение окажется равным предыдущему, учитывается только одно наблюдение. Таким образом, элементы этой последовательности принимают значение «+», если последующее значение уровня ряда больше предыдущего, и «-« - если меньше. Общее число знаков «+» и «-» заранее не известно. Индекс *i* может принимать значение *1, 2, … , к,* где *к* $\leq$ *n-1*.

2. подсчитывается общее число серий $\nu(n)$ и протяженность самой длинной серии $\tau_{\max}(n)$ аналогично тому, как это делалось в предыдущем варианте критерия. Очевидно, что при этом каждая серия, состоящая из плюсов, соответствует возрастанию уровней ряда («восходящая» серия), а последовательность минусов – их убыванию («нисходящая» серия).

---

[1] Дуброва Т.А.Статистические методы прогнозирования. – М. Юнити, 2003. – 206 с.

3. для того, чтобы не была отвергнута гипотеза, должны выполняться следующие неравенства (при уровне значимости α, заключенном между 0,05 и 0,0975):

$$\nu(n) > \left[\frac{1}{3}(2n+1) - 1.96\sqrt{\frac{16n-29}{90}}\right] \qquad (3.12)$$

$$\tau_{max}(n) < \tau_0(n) \qquad (3.13)$$

где $\tau_0(n)$- табличное значение, зависящее от длины временного ряда (таблица 3.1).

Таблица 3.1 – Значение $\tau_0(n)$ для критерия «восходящих – нисходящих» серий

n	n≤26	26 < n ≤ 153	153 < n ≤ 1170
$\tau_0(n)$	5	6	7

Если хотя бы одно неравенство нарушается, то нулевая гипотеза отвергается (следовательно, подтверждается наличие зависящей от времени неслучайной составляющей).

Метод Фостера – Стюарта[1].

Алгоритм метода выглядит следующим образом:

1. сравнивается каждый уровень ряда со всеми предыдущими, при этом

если $y_i > y_{i-1}$, U=1, e=0 и наоборот

2. вычисляются значения величин S, d:

$$d = \sum d_i \qquad S = \sum S_i \qquad (3.14)$$

где
$$S_i = U_i + e_i$$
$$d_i = U_i - e_i$$

Оба показателя асимптотически нормальны и имеют независимые распределения

3. проверка производится с использованием t-критерия Стьюдента гипотеза о том, можно ли считать случайным разности S-μ и d-0

$$t_S = \frac{S-\mu}{\sigma_1} \qquad t_d = \frac{d-0}{\sigma_2} \qquad (3.15)$$

значения μ и σ табулированы и приведены в специальных таблицах.

4. сравниваются расчетные значения t с табличными при заданном уровне значимости. Если t_s , t_d < t табличного, то гипотеза об отсутствии тренда с средней и дисперсии подтверждается.

[1] Теория статистики / Под ред. Р. А. Шмойловой. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 560 с.

Кроме рассмотренных подходов определения тенденции во временном ряду используется также критерий квадратов последовательных разностей (метод Аббе), метод проверки разностей средних уровней и др.

При наличии тенденции в ряду динамики его уровни можно рассматривать как функцию времени.

Показатели силы и интенсивности колебаний аналогичны по построению, по форме показателям силы и интенсивности вариации признака в пространственной совокупности. По существу они отличаются тем, что показатели вариации вычисляются на основе отклонений от постоянной средней величины, а показатели, характеризующие колеблемость уровней временного ряда, - по отклонениям отдельных уровней от тренда, который можно считать «подвижной средней величиной»[1].

Абсолютные показатели колеблемости:

1. Амплитуда (размах) колебаний: $A = Y_{max} - Y_{min}$. (3.16)

Это разность между наибольшим и наименьшим по алгебраической величине отклонений от тренда.

2. Средняя по модулю отклонений от тренда: $\alpha(t) = \frac{\sum_{i=1}^{n} |y_i - \hat{y}_i|}{n}$. (3.17)

3. Среднее квадратическое отклонение уровней ряда от тренда:

$$S_y(t) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{\hat{y}}_i)^2}{n - p}}, \qquad (3.18)$$

где y_i - фактический уровень;

$\hat{\hat{y}}_i$ - выровненный уровень;

n -число уровней;

p - число параметров тренда;

t - номера лет (знак отклонения от тренда).

Относительные показатели:

$$V(t) = \frac{S(t)}{\bar{y}} * 100, \qquad (3.19)$$

где $\bar{y}$ - средний уровень ряда.

Этот показатель отражает величину колеблемости в сравнении со средним уровнем ряда. Он необходим для сравнения двух различных явлений и чаще всего выражаются в %.

Устойчивость временного ряда – это наличие необходимой тенденции изучаемого статистического показателя с минимальным влиянием на него неблагоприятных условий.

[1] Г.Л. Громыко. : Учебник. — Т11 2-е изд., перераб. и доп. - М.: ИНФРА-М,. - 476 с. — (Классический университетский учебник)., 2005

Из этого вытекают основные требования устойчивости:

1) минимизация колебаний уровней временного ряда;

2) наличие определенной, необходимой для общества тенденции изменения [1].

Устойчивость временного ряда можно оценить на различных явлениях. При этом в зависимости от явления будет меняться показатели, которые используются в качестве форм выражения существа исследуемого процесса, но содержание понятия устойчивости будет оставаться неизменным.

Наиболее простым, аналогичным процессу вариации при изменении устойчивости уровней временного ряда, является размах колеблемости средних уровней за благоприятный и неблагоприятные, в отношении к изучаемому явлению, периоды времени:

$$R_{\bar{y}} = \bar{Y}_{\text{áëàã}} - \bar{Y}_{\text{íåáëàã}}. \qquad (3.20)$$

К благоприятным периодам времени относятся все периоды с уровнями выше тренда, к неблагоприятным – ниже тренда (однако, например, при изучении динамики производительности труда если это трудоемкость, то все должно быть наоборот)[2].

Отношение средних уровней за благоприятные периоды времени к средним уровням за неблагоприятные также может служить показателем устойчивости уровней. Чем ближе отношение к единице, тем меньше колеблемости и соответственно выше устойчивости. Назовем это отношение индексом устойчивости динамических рядов:

$$i_{\bar{y}} = \frac{\bar{y}_{\text{благ}}}{\bar{y}_{\text{неблаг}}}. \qquad (3.21)$$

При изменении колеблемости уровней исчисляются обобщающие показатели отклонений уровней от тренда за исследуемый период.

Основным абсолютным показателем является среднее линейное отклонение:

$$a(t) = \frac{\sum_{i=1}^{n} |y_i - \tilde{y}_i|}{n - p}. \qquad (3.22)$$

Он выражается в единицах измерения анализируемых уровней и не может, служить для сравнения колебаний различных динамических рядов.

Величину (3.23) называют коэффициентом устойчивости:

$$K_y = (100 - V_y(t)). \qquad (3.23)$$

[1] Г.Л. Громыко. : Учебник. — Т11 2-е изд., перераб. и доп. - М.: ИНФРА-М,. - 476 с. — (Классический университетский учебник)., 2005

[2] Г.Л. Громыко. : Учебник. — Т11 2-е изд., перераб. и доп. - М.: ИНФРА-М,. - 476 с. — (Классический университетский учебник)., 2005

Такое определение коэффициента устойчивости интерпретируется как обеспечение устойчивости уровней ряда относительно лишь в $(100 - V_y(t))$ случаях.

Наиболее простым показателем устойчивости тенденции временного ряда является коэффициент (критерий) Спирмена:

$$Kp = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} d^2}{n^3 - n}, \tag{3.24}$$

где d - разность рангов уровней изучаемого ряда (P_y) и рангов номеров периодов или момент времени в ряду (P_t);

n – число таких периодов или моментов.

Для определения коэффициента Спирмена величины уровней изучаемого явления y_i нумеруются в порядке возрастания, а при наличии одинаковых уровней им присваивается определенный ранг, равный частному от деления суммы рангов, приходящихся на эти значения, на число этих равных значений.

Коэффициент рангов периодов времени и уровней динамического ряда может применить значения в пределах от 0 до ± 1.

Интерпретация этого коэффициента такова: если каждый уровень ряда исследуемого периода выше, чем предыдущего, то ранги уровней ряда и номера лет совпадают, $Kp = +1$. Это означает полную устойчивость самого факта роста уровней ряда, непрерывность роста.

Чем ближе Kp к +1, тем ближе рост уровней к непрерывному, выше устойчивость роста. При $Kp = 0$ рост совершенно неустойчив. При отрицательных значениях чем ближе Kp к -1, тем устойчивее снижение изучаемого показателя.

В качестве характеристики устойчивости изменения можно применить индекс корреляции:

$$J_r = \sqrt{1 - \frac{\sum (y_i - \tilde{y}_i)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}, \tag{3.25}$$

где y_i - уровни динамического ряда;

$\bar{y}$ - средний уровень ряда;

$\tilde{y}_i$ - теоретические уровни ряда.

Индекс корреляции показывает степень сопряженности колебаний исследуемых показателей с совокупностью факторов, изменяющих во времени. Приближение индекса корреляции к 1 означает большую устойчивость изменения уровней динамического ряда. Сравнение индексов корреляции по разным показателям возможно лишь при условии равенства числа уровней.

При наличии тенденции в ряду динамики его уровни можно рассматривать как функцию времени.

Существует несколько методов облегчающих процесс выбора формы кривой роста. Наиболее простой метод – визуальный, опирающийся на графическое изображении.

Проверка адекватности выбранных моделей реальному процессу строится при анализе случайных компонент. Ряд остатков как отклонение физических уровней от выровненных:

$$e_t = y_t - \hat{y}_t \,. \tag{3.26}$$

Принято считать, что модель адекватно описываемому процессу, если значение остаточной компоненты подчиняется случайному закону распределения.

Если вид функции выбран неудачно, то последовательные значения ряда остатков могут не обладать свойствами независимости, так как они могут коррелировать между собой, т.е. будет иметь место автокорреляции ошибок. Существует несколько методов обнаружения автокорреляции. Наиболее распространен критерий Дарбина – Уотсона:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n}{e_t}^2} \approx 2(1 - r_t)\,, \tag{3.27}$$

где r_t - коэффициент автокорреляции первого порядка.

Если в ряду остатков имеется сильная положительная автокорреляция, то d=0. Если сильная отрицательная, то d=4. При отсутствии автокорреляции d=2. Применение на практике данного критерия основано на сравнении величины d с теоретическими табулированными значениями d_1 и d_2.

Если $d \rangle d_1$, то нулевая гипотеза о независимости случайных отклонений отвергается (отсутствие автокорреляции).

Если $d > d_2$, то нулевая гипотеза не отвергается.

Если $d_1 \le d \le d_2$, нет достаточных оснований для принятия решений.

Когда расчетное значение d превышает 2, то с d_1 и d_2 сравнивается не сам коэффициент d, а $(4 - d)$.

Если тенденция в динамике существует, то переходим к выбору кривой роста, наиболее точно описывающей процесс изменения в исследуемом явлении. После выявления тенденции приступаем к выбору лучшего уравнения тренда. Лучшим считается то уравнение тренда, в котором коэффициент аппроксимации очень близок к единице.

Самым простым типом тренда является прямая линия, описываемая линейным уравнением тренда:

$$\widetilde{y}_i = a + b \cdot t_i, \tag{24}$$

где $\widetilde{y}_i$ - выровненные, т.е. лишенные колебаний, уровни тренда для лет с номером i;

a - свободный член уравнения, численно равный среднему выровненному уровню для момента или периода времени, принятого за начало отсчета;

b - средняя величина изменения уровней ряда за единицу изменения времени.

Помимо прямолинейного тренда в статистике при анализе временных рядов также могут использовать параболический, экспоненциальный, логарифмический, гиперболический и логистический тренды.

Важнейшими характеристическими качествами модели, выбранной для прогнозирования, являются показатели её точности. Одним из таких показателей является средняя относительная ошибка по модулю:

$$|\delta| = \frac{1}{n}\sum\left|\frac{\hat{y}_t - y_t}{y_t}\right| * 100\% \,. \tag{3.28}$$

Если $|\delta| < 10\%$, то это свидетельствует о высокой точности модели;

Если $10\% < |\delta| < 20\%$, это говорит о хорошей точности данной модели;

Если $20\% < |\delta| < 50\%$ - точность модели удовлетворительная.

После проведенного предварительного анализа переходим к прогнозированию простой трендовой модели. Простая трендовая модель динамики – это уравнение тренда с указанием начала отсчета единиц времени. Прогноз по этой модели заключается в подстановке в уравнение тренда номера периода, который прогнозируется. Такой прогноз называется точечным. Точечный прогноз – «это скорее абстракция, чем реальность», поэтому необходимо также делать интервальный прогноз. При таком прогнозе учитываются как вызванная колеблемостью ошибка репрезентативности выборочной оценки тренда, так и колебания уровней в отдельные периоды (моменты) относительно тренда.

Прогноз должен иметь вероятностный характер. Для этого вычисляется средняя ошибка прогноза положения тренда на год за номером t_k, обозначаемая m_y по формуле:

$$m_{\sigma_{\bar{y}_t}} = \sigma_{\bar{y}_t} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{t_k{}^2}{\sum t^2{}_i}} \ , \tag{3.29}$$

где

$$\sigma_{\bar{y}_t} = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y}_t)^2}{n - p}} \,. \tag{3.30}$$

Источниками неопределенности, т.е. ошибки прогноза конкретного уровня, являются: во-первых, неопределенность положения тренда на прогнозируемое время и, во-вторых, колебания конкретных уровней относительно тренда.

Для вычисления доверительного интервала прогноза положения тренда среднюю ошибку необходимо умножить на величину t-критерия Стьюдента при имеющемся числе степеней свободы колебаний и при выбранной вероятности (надежности прогноза). Величина доверительных интервалов определяется:

$$\bar{y}_t \pm t_\alpha \cdot m_{\sigma \bar{y}_t}, \tag{3.31}$$

где t_α - доверительная величина (надежностью 95%) и (n-1)- степенями свободы.

Прогнозирование по тренду имеет качественное ограничение: оно допустимо в условиях сохранения основной тенденции.

Пример 3.1.

Для анализа численности населения Российской Федерации за 1999-2011гг. рассчитаем показатели интенсивности и скорости динамических рядов по базисной и цепной системе (таблица 3.2).

Таблица 3.2 - Расчет показателей динамики численности населения Российской Федерации (условные данные)

Годы	Числен-ность населения, млн. чел.	Абсолютный прирост (убыль), млн.чел.		Темп изменения, %		Темп прироста (убыли), %		Абсолют-ное значение 1% прироста, млн. чел.
		базисный	цепной	базисный	цепной	базисный	цепной	
1999	148,3	-	-	-	-	-	-	-
2000	148,3	0,0	0,0	100	100	0	0	1,483
2001	146,3	-2,0	-2,0	98,65	98,65	-1,35	-1,35	1,483
2002	145,2	-3,1	-1,1	97,91	99,25	-2,09	-0,75	1,463
2003	145,0	-3,3	-0,2	97,77	99,86	-2,23	-0,14	1,452
2004	144,3	-4,0	-0,7	97,30	99,52	-2,70	-0,48	1,45
2005	143,8	-4,5	-0,5	96,97	99,65	-3,03	-0,35	1,443
2006	143,2	-5,1	-0,6	96,56	99,58	-3,44	-0,42	1,438
2007	142,8	-5,5	-0,4	96,29	99,72	-3,71	-0,28	1,432
2008	142,8	-5,5	0,0	96,29	100,00	-3,71	0,00	1,428
2009	142,7	-5,6	-0,1	96,22	99,93	-3,78	-0,07	1,428
2010	142,9	-5,4	0,2	96,36	100,14	-3,64	0,14	1,427
2011	142,9	-5,4	0,0	96,36	100,00	-3,64	0,00	1,429

Из таблицы 3.2 видно, что в течение всего анализируемого периода наблюдается снижение численности населения Российской Федерации по сравнении с 1999г. При расчет по цепной системе следует отметить не значительное увеличение в 2010г. и 2011г. по сравнению с предыдущими годами.

Для характеристики интенсивности численности населения Российской Федерации за период 1999-2011гг. рассчитываются средние показатели динамики:

1. Средний уровень интервального ряда ($\bar{y}$): $\bar{y}$=144,5 млн.чел.

Он показывает, что в среднем за период с 1999 по 2011гг. численность населения Российской Федерации составила 144,5 млн. чел.

2. Средний абсолютный прирост (убыль) ($\bar{\Delta}$): $\bar{\Delta}$ = -0,45 млн. чел.

Таким образом, в среднем за анализируемый период численность населения Российской Федерации за 1999-2011гг. уменьшался на 0,45 млн.чел.;

3. Средний темп изменения ($\overline{Tp}$): $\overline{Tp}$ =99,88%

Средний темп роста составляет 98,88% и является вспомогательным для определения следующего показателя, темпа прироста.

4. Средний темп прироста ($\overline{Tnp}$): $\overline{Tnp}$ =-0,12%

В среднем за период темп убыли численности населения Российской Федерации составляет 0,12%.

5. Средняя величина абсолютного значения 1% прироста($\overline{A}$): $\overline{A}$ =-3,75 млн. чел.

В среднем величина абсолютного значения 1% убыли за период с 1999 по 2011гг. по Российской Федерации составила 3,75 млн. чел.

Прежде чем переходить к определению тенденции и выделению тренда необходимо выяснить существует ли тенденция вообще в динамике численности населения Российской Федерации. Для этого можно воспользоваться наиболее часто используемым на практике методом проверки наличия тренда – критерием «восходящих - нисходящих» серий, основанного на проверке гипотезы «наличия – отсутствия» тренда (таблица 3.3).

Таблица 3.3 – Вспомогательная таблица для проверки гипотезы существенности ряда динамики численности населения Российской Федерации

Годы	y_t	y'_t	Серии
1999	148,3	5,6	+
2000	148,3	5,5	+
2001	146,3	3,5	+
2002	145,2	2,3	+
2003	145,0	2,1	+
2004	144,3	1,1	+
2005	143,8	0,0	+
2006	143,2	-1,1	-
2007	142,8	-2,2	-

Продолжение таблицы 3.3

2008	142,8	-2,4	-
2009	142,7	-3,6	-
2010	142,9	-5,4	-
2011	142,9	-5,4	-

Таким образом, пользуясь данными таблицы 3.3, определим число серий и их максимальное значение.

Число серий определяется путем подсчета: $\upsilon(13)=2$

Определяем протяженность самой длинной серии τ max (13)=7

Проверяем гипотезу о случайности исходного ряда, для этого должны выполняться неравенства (3.10) и (3.11). Для того чтобы не была отвергнута гипотеза о случайности исходного временного ряда должны выполняться данные неравенств. Если хотя бы одно из неравенств нарушается, то тенденция имеет место.

Получаем: $\upsilon(13)> 6,6$ и τ max (13)>2

Данные неравенства не выполняются, следовательно, гипотеза о случайности исходного ряда отклоняется, значит, тенденция в динамике численности населения Российской Федерации имеется.

Таким образом, используя данные о численности населения Российской Федерации за период с 1999 по 2011гг., построим график динамики численности населения и отобразим на нем тренды развития (рисунок 3.1).

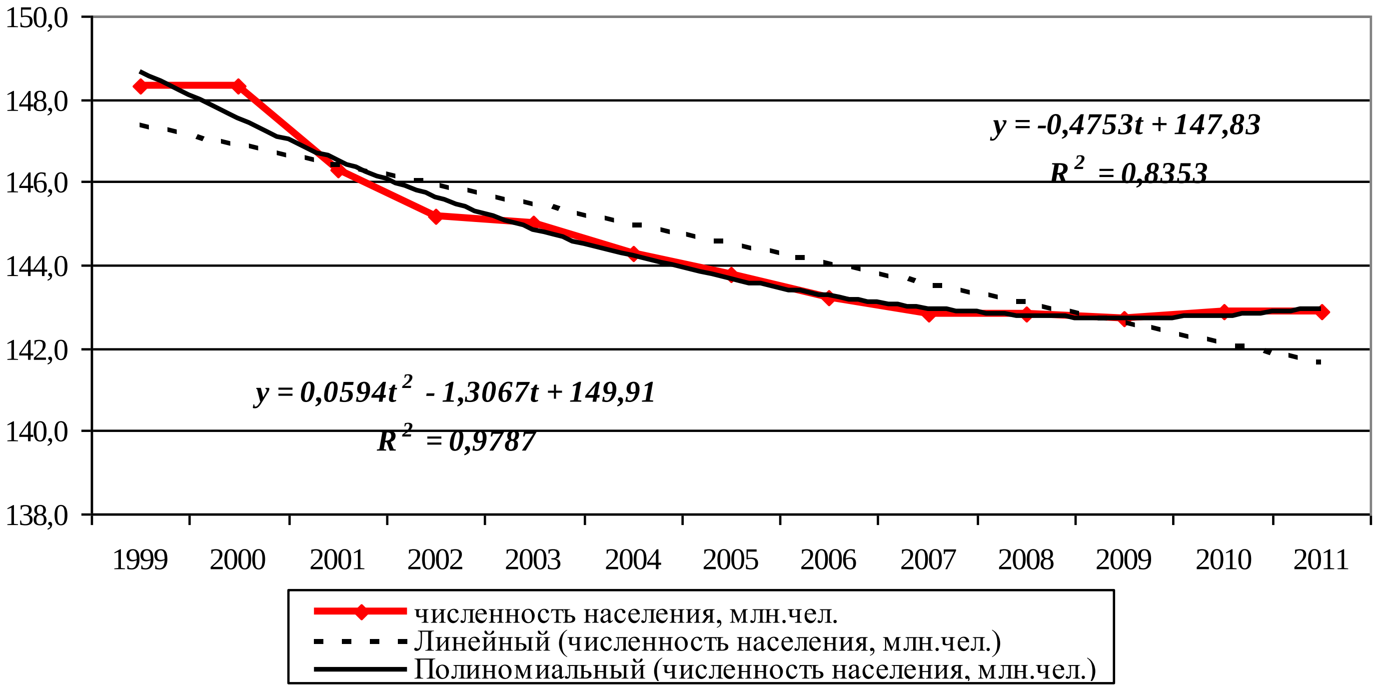


Рисунок 3.1 – Динамика численности населения Российской Федерации

На графике представлено два уравнения тренда - полином второй степени и прямая. Критерием при выборе лучшего уравнения тренда является коэффициент аппроксимации (R^2), чем ближе он к единице, тем точнее данная модель будет описывать исследуемое явление. В нашем случае для численности населения Российской Федерации R^2=0,9887 у полинома второй степени, следовательно в дальнейших расчетах будем использовать именно его.

На графике изображен параболический тренд второго порядка вида:

$$y_t = 0{,}0594t^2 - 1{,}3067t + 149{,}91 \qquad (3.32)$$

Интерпретация параметров тренда такова: численность населения Российской Федерации в 1999-2011гг. уменьшалась в номинальной оценке ускоренно, со средним ускорением 0,0594 млн.чел. в год, средняя за весь период убыль населения за период 1999-2011 гг. в Российской Федерации составила 1,3067 млн. чел., средняя численность населения была равна 149,91 млн. чел.

Проверяем полученную модель развития на адекватность с помощью критерия Дарбина-Уотсона по формуле (3.27). Проверка адекватности выбранной модели реальному процессу строится на анализе случайной компоненты. Критерий Дарбина-Уотсона связан с гипотезой о существовании автокорреляции первого порядка, то есть автокорреляции между соседними остаточными членами ряда. Расчеты приводятся в таблице 3.4.

Таблица 3.4 - Вспомогательная таблица для расчета критерия Дарбина-Уотсона

Годы	y_i	t	$\hat{\hat{y}}$	e_t	$\lvert e_t \rvert$	$e_t^{\,2}$	$(e_t - e_{t-1})^2$	$\left\lvert \frac{\hat{y} - y_i}{y_i} \right\rvert$
1999	148,3	1	129,46	18,84	18,84	354,91	2555,94	-0,0379
2000	148,3	2	149,64	-1,34	1,34	1,78	407,03	0,0030
2001	146,3	3	107,44	38,86	38,86	1509,87	1615,52	-0,0845
2002	145,2	4	158,88	-13,68	13,68	187,17	2760,23	0,0347
2003	145,0	5	167,45	-22,45	22,45	504,00	76,90	0,0588
2004	144,3	6	170,25	-25,95	25,95	673,45	12,25	0,0674
2005	143,8	7	130,78	13,02	13,02	169,44	1518,50	-0,0295
2006	143,2	8	125,55	17,65	17,65	311,66	21,50	-0,0373
2007	142,8	9	113,44	29,36	29,36	861,95	137,01	-0,0563
2008	142,8	10	137,37	5,43	5,43	29,51	572,47	-0,0100
2009	142,7	11	159,03	-16,33	16,33	266,51	473,40	0,0281
2010	142,9	12	155,01	-12,11	12,11	146,75	17,73	0,0186
2011	142,9	13	129,88	13,02	13,02	169,44	1518,50	-0,0295
Итого	1878,5	-	1878,5	0,02	452,77	16967,51	37411,59	0,0476

Критерий Дарбина – Уотсона d=1,823.

Критерий Дарбина – Уотсона связан с гипотезой о существовании автокорреляции первого порядка, т.е. автокорреляции между соседними остаточными членами ряда. Если d=2, то автокорреляция отсутствует. Определив по специальным таблицам значения верхней и нижней доверительных границ критерия Дарбина – Уотсона, можно принять решение об отсутствии или наличии автокорреляции между соседними остаточными членами. d_{1}=1,08 и d_{2}=1,36. Так как $d>d_2$, следовательно, автокорреляция между остаточными членами отсутствует и модель адекватна численности населения Российской Федерации.

Следовательно, полученная модель развития численности населения Российской Федерации, можно использовать для дальнейшего прогнозирования и принятия управленческих решений.

Пример 3.2.

За последние десять лет наблюдается существенное изменение в динамическом ряду численности обучающихся в Оренбургской области. Проведем анализ динамики уровня образования.

Рисунок 3.2 - Динамика численности обучающегося населения Оренбургской области

Анализ скорости и интенсивности развития явления во времени осуществляется с помощью статистических показателей, которые получаются в результате сравнения уровней между собой (табл.3.5).

Таблица 3.5 - Динамика уровня образования населения по базисной системе

Годы	Абсолютный прирост (убыль)	Темп роста, %	Темп прироста, %
2002	-	-	-
2003	101,1	147,33	47,33

2004	32,9	115,38	15,38
2005	6,6	103,08	3,08
2006	12,1	105,68	5,68
2007	35,1	116,44	16,44
2008	45,6	121,33	21,33
2009	10,1	104,75	4,75
2010	1,2	100,57	0,57
2011	-7,5	96,48	-3,52

Из таблицы 3.5 видно, что в период с 2002 по 2010г. наблюдается прирост в численности обучающихся в образовательных учреждениях (наибольший в 2003г. – 101,1 тыс.чел. или 47,33%), а затем во все последующие года прирост все меньше и меньше, а в 2011 по сравнению с 2002 г. идет убыль в размере 7,5 тыс.чел (или 3,52%).

Наряду с темпом роста можно рассчитать показатель темпа прироста, характеризующий относительную скорость изменения уровня ряда в единицу времени. Темп прироста показывает, на какую долю уровень данного периода или момента времени больше (или меньше) базисного уровня.

В статистической практике часто вместо расчета и анализа темпов роста и прироста рассматривают абсолютное значение одного процента прироста. Оно представляет собой одну часть базисного уровня и в то же время – отношение абсолютного прироста к соответствующему темпу роста. Этот показатель дает возможность установить, насколько в среднем за единицу времени должен увеличиваться уровень ряда, чтобы, отправляясь от начального уровня за данное число периодов, достигнуть конечного уровня. Расчет этого показателя имеет экономический смысл только по цепной системе.

Таблица 3.6 - Динамика уровня образования населения по цепной системе

Годы	Абсолютный прирост (убыль)	Темп роста, %	Темп прироста, %	Абсолютное значение 1% прироста
2002	-	-	-	-
2003	101,1	147,3	47,3	2,1
2004	-68,2	78,3	-21,7	3,1
2005	-26,3	89,3	-10,7	2,5
2006	5,6	102,5	2,5	2,2
2007	23,0	110,2	10,2	2,3
2008	10,4	104,2	4,2	2,5
2009	-35,4	86,3	-13,7	2,6
2010	-8,9	96,0	-4,0	2,2
2011	-8,7	95,9	-4,1	2,1

Из таблицы 3.6 видно, что после 2008г. наблюдается значительное уменьшение численности обучающихся: в 2010г. по сравнению с 2009г. сокращение составило 8,9 тыс. чел. (или 4,0 %); в 2011г. по сравнению с 2010г. – 95,9 (или 4,1%).

Особое внимание следует уделять методам расчета средних показателей рядов динамики, которые являются обобщающей характеристикой его абсолютных уровней, абсолютной скорости и интенсивности изменения уровней ряда динамики. Различают следующие показатели динамики: средний уровень ряда динамики, средний абсолютный прирост, средний темп роста и прироста.

В интервальном ряду динамики с равноотстоящими уровнями во времени расчет среднего уровня ряда ($\bar{\delta}$) производится по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{\delta} = \frac{\sum y}{n} = 237{,}3 \text{ тыс. чел.}$$

Определение среднего абсолютного прироста производится по цепным абсолютным приростам по формуле:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_{ö}}{n-1} = -0{,}83 \text{ тыс. чел.}$$

Среднегодовой темп роста вычисляется по формуле:

$$\bar{O}_{\partial} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} = 0{,}9822 \text{ или } 98{,}22\%$$

Среднегодовой темп прироста получим равный -1,78%

На основе рассчитанных показателей динамики можно сказать, что за период с 2002 по 2011 гг. в Оренбургской области наблюдалось сокращение численности обучающихся на 0,83 тыс.чел. или на 1,78%.

Средний уровень обучающихся за 10 лет составил 237,3 тыс.чел.

Перейдем к определению тенденции и выделению тренда. Можно предположить, что наиболее адекватно описывать тенденцию уровня образования населения Оренбургской области имеющихся данных может модель прямой или полинома второго порядка, приведем данные тренды на рисунке 3.3.

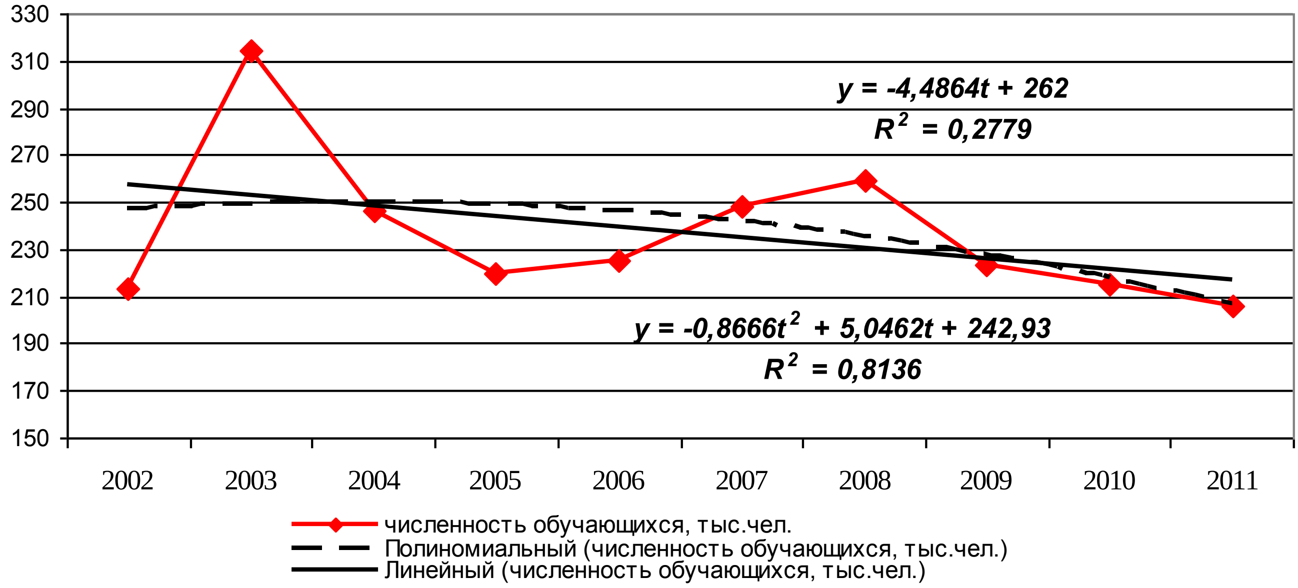


Рисунок 3.3 - Динамика уровня образования населения Оренбургской области, тренды развития

Для расчета параметров уравнения регрессии воспользуемся табличным редактором MS Excel XP, результаты расчетов представим в таблице 3.7.

Для определения наилучшего уравнения тренда следует обратить внимание на наибольший коэффициент аппроксимации и наименьшую среднеквадратическую ошибку.

Оценку надежности уравнения регрессии в целом дает R^2, в результате расчетов в случае параболы значение данного показателя выше, чем у прямой. Именно такой тренд будем использовать для приятия решений и прогнозирования.

Таблица 3.7 - Характеристики прямой и параболы второго порядка динамики численности обучающихся в Оренбургской области

Форма тренда	Модель	R^2	St
Прямая	$\tilde{y}_t$ =-4,4864t+262	0,2779	8,45
Парабола второго порядка	$\tilde{y}_t$ =-0,8666t^2+5,0462t+242,93	0,8136	3,44

Из таблицы 3.7 видно, что полиномиальный тренд наилучшим образом описывает динамику численности обучающихся в Оренбургской области.

Определяем среднюю относительную ошибку прогноза по модулю. Получаем: $\left|\bar{\delta}\right| = 1{,}23\%$

|δ|<10% это говорит о высокой точности модели.

Следовательно, полином второго порядка может быть использован нами в дальнейших расчетах для прогнозирования динамики числа обучающихся в Оренбургской области.

Пример 3.3. Построение уравнения тренда в Excel.

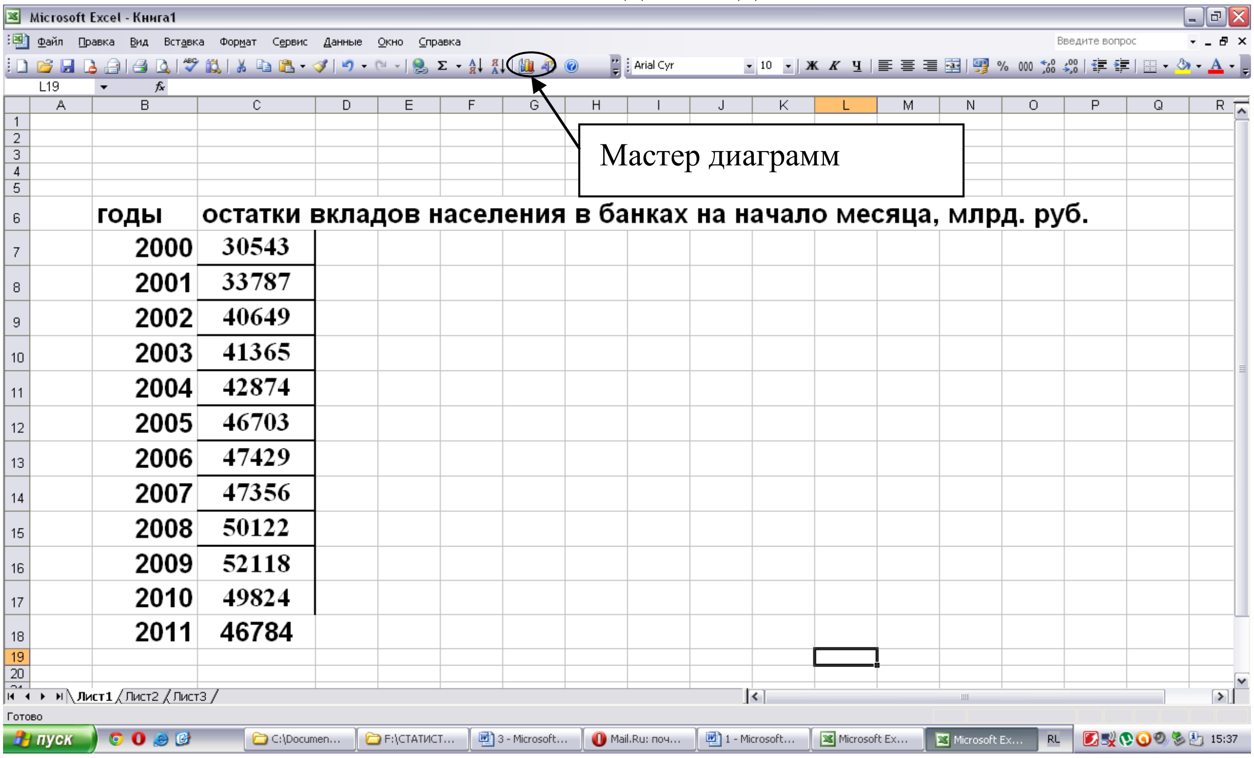
Имеются следующие данные (таблица 3.8). Определим наилучшее уравнение описывающее динамику изучаемого явления.

Таблица 3.8 – Динамика остатков вкладов населения в банках на начало месяца, млрд. руб. (условные данные)

Годы	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Остатки вкладов населения в банках на начало месяца, млрд. руб.	30543	33787	40649	41365	42874	46703	47429	47356	50122	52118	49824	46784

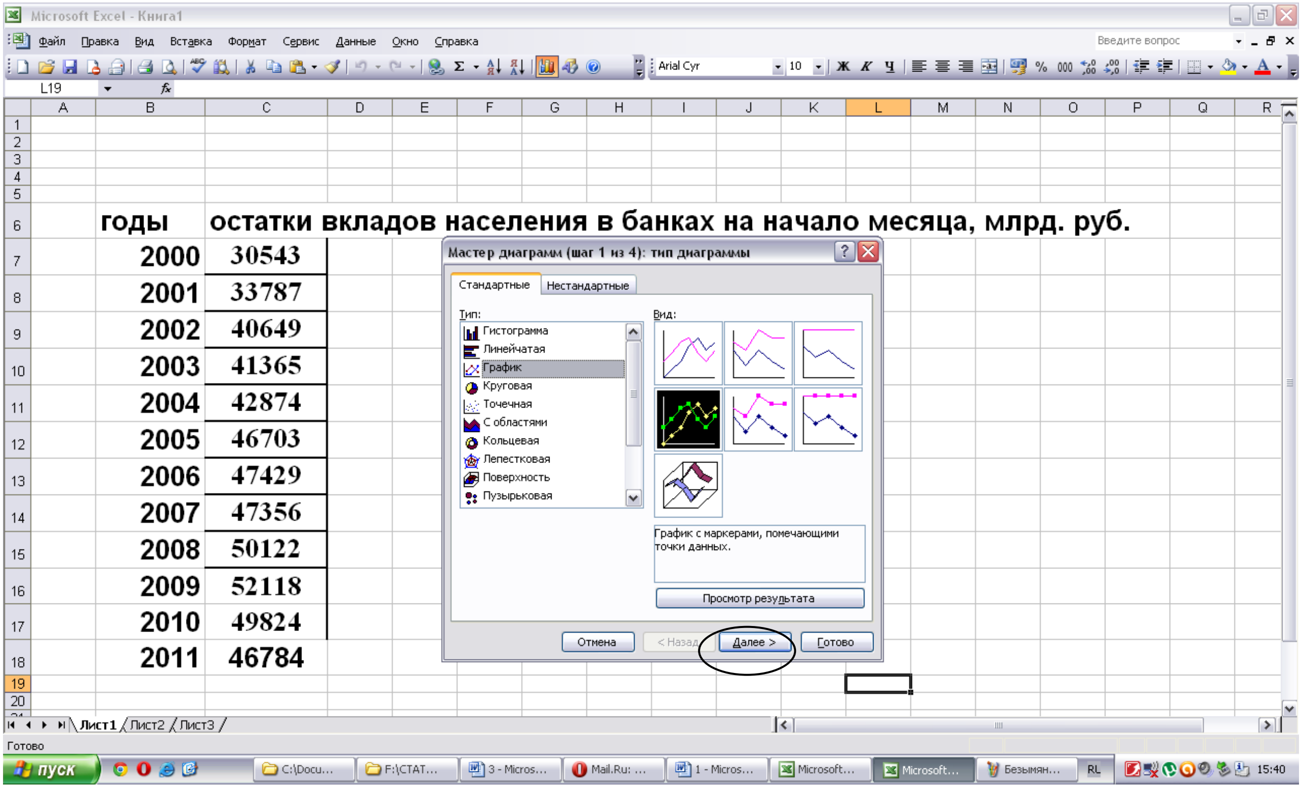
Последовательность построения тренда в Excel:

1. В окне Excel забиваем необходимые данные:

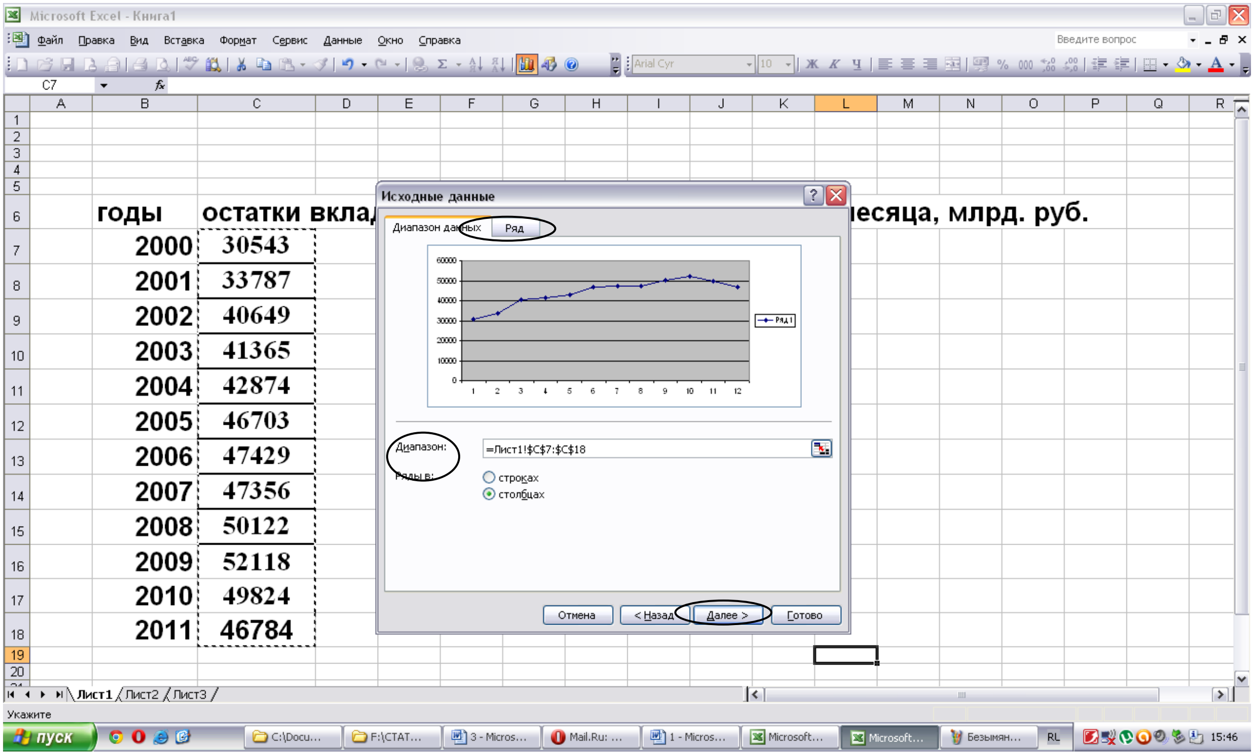


2. На панели инструментов выбираем значок «Мастер диаграмм».

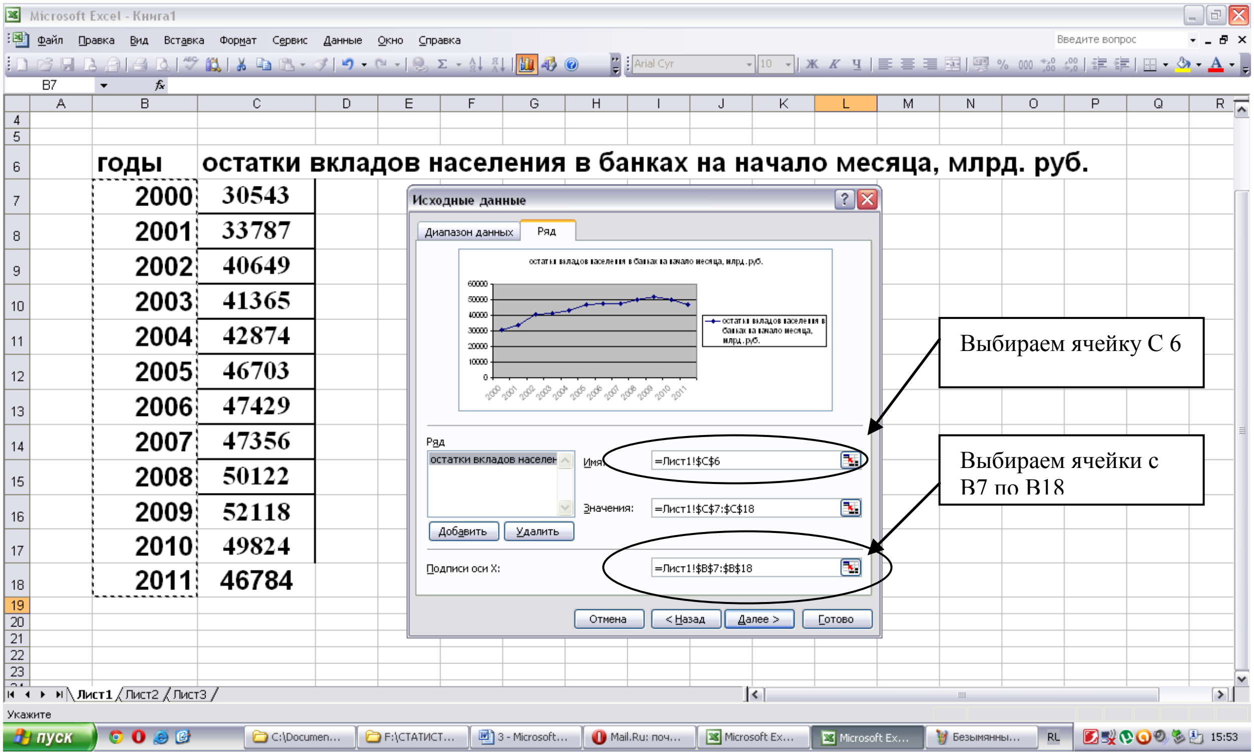
3. В появившемся окне выбираем закладку «Графики» затем нажимаем кнопку «Далее».



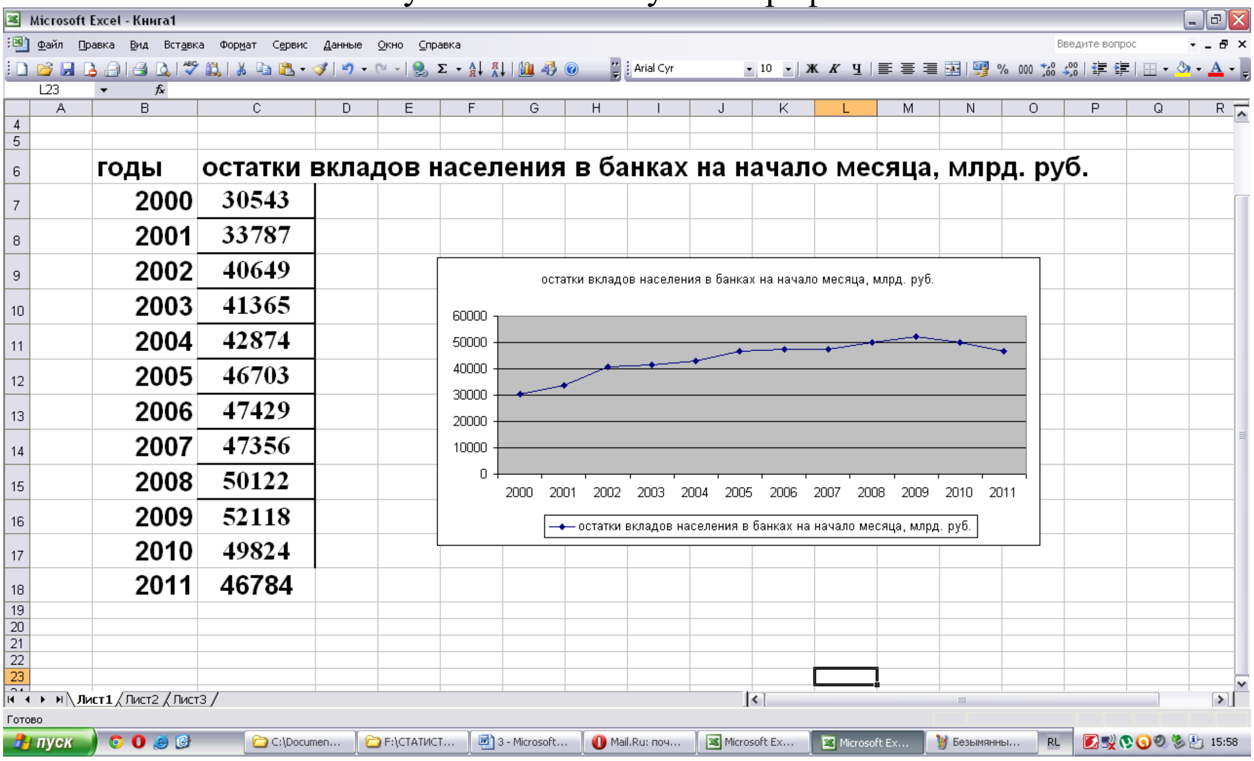
4. В окне «Диапазон» выбираем цифровые данные по остаткам вкладов населения, выбираем закладку «Ряд»



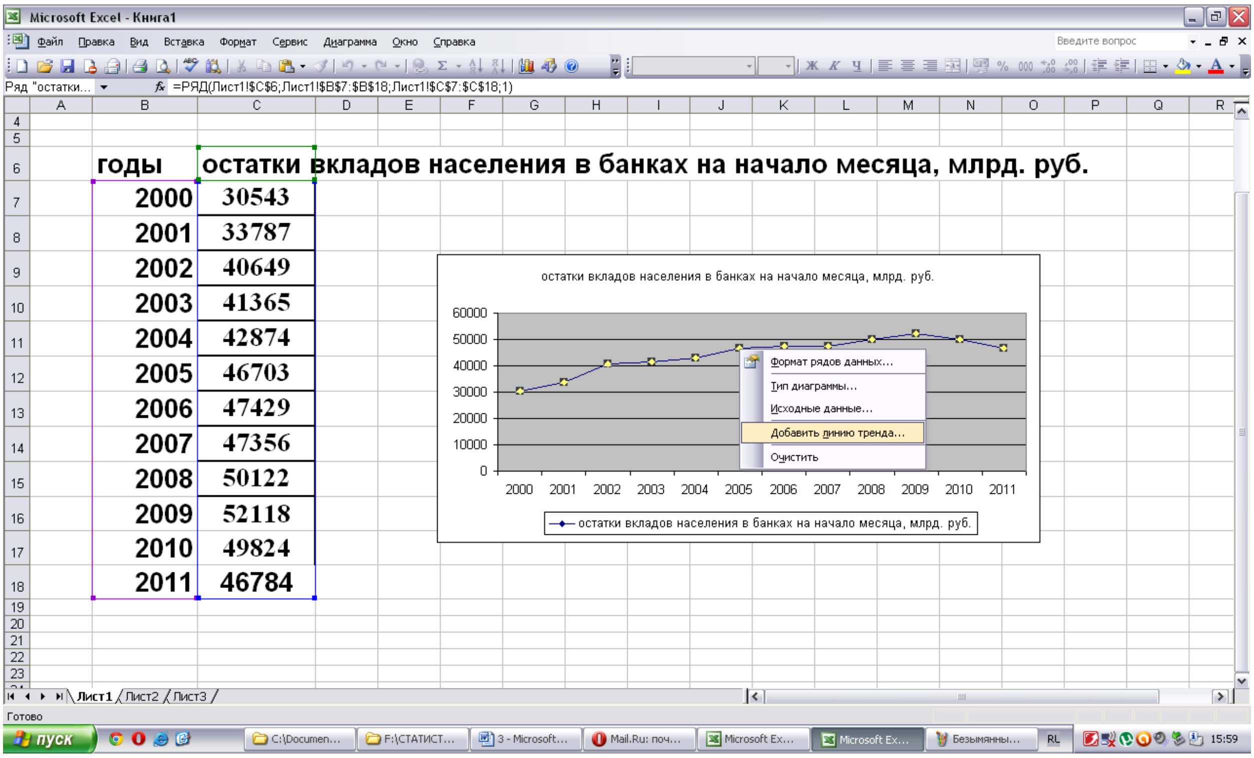
5. В появившемся окне подписываем название диаграммы и ось х.



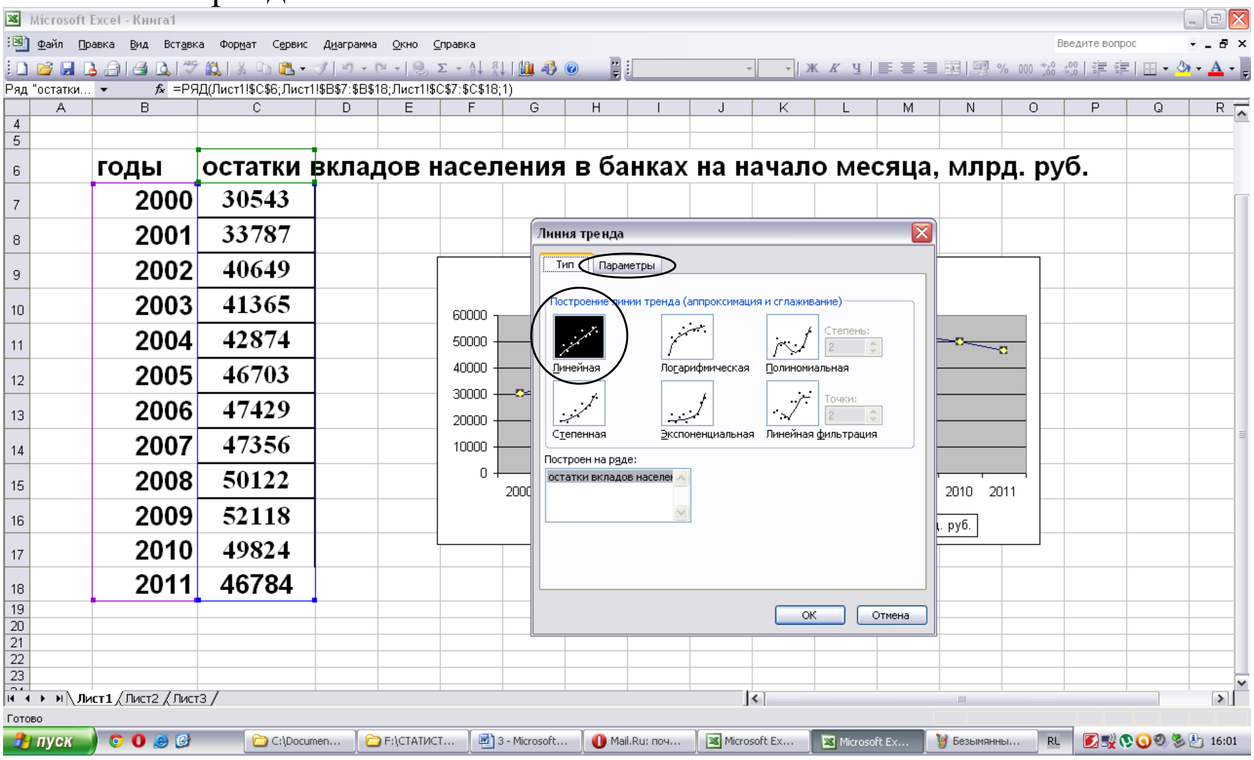
6. Нажав кнопку «Готово» получаем график.



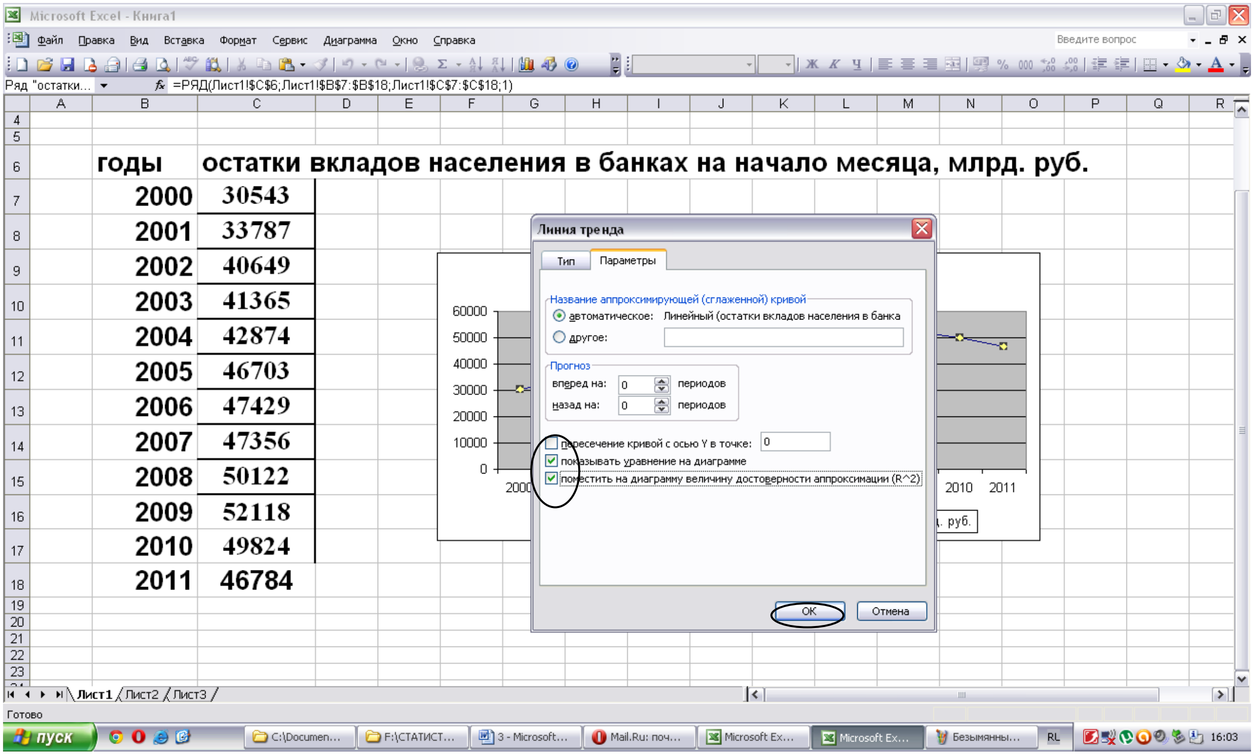
7. Для получения тренда щелкаем по полученному графику правой клавишей мыши и выбираем закладку «Добавить линию тренда».



8. В появившемся окне выбираем тип тренда (линейный, логарифмический, полиномиальный, степенной и т.д.), затем переходим в закладку «Параметры». Мы выбрали линейный тренд.



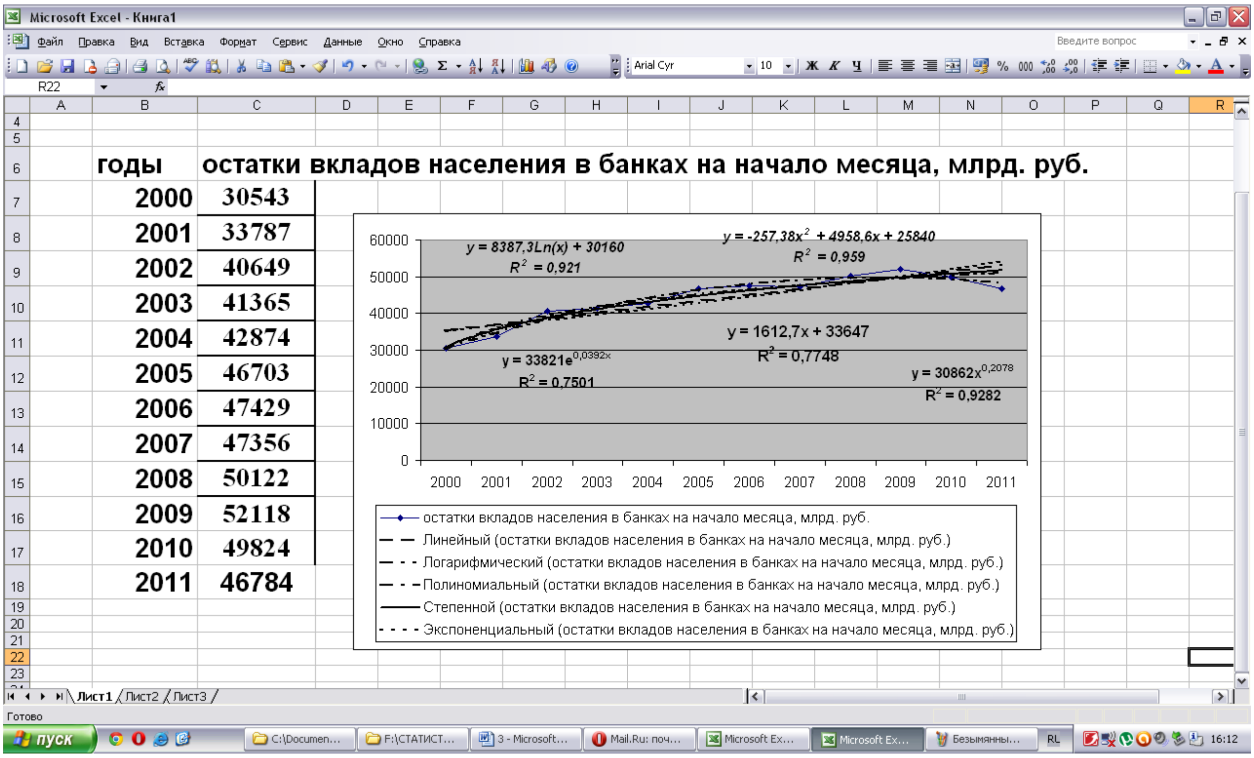
9. В появившемся окне ставим галочки напротив закладок «показать уравнение на диаграмме» и поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации» и нажимаем кнопку «ОК»



10. Полученное уравнение показано на графике.

11. Аналогичная процедура проделывается для полиномиального тренд, степенного и т.д. и выбирается тренд, наилучшим образом описывающий изучаемое явление (по величине коэффициента аппроксимации R^2)

12. Результаты представляются на графике



13. По полученным данным наилучшим является полиномиальный тренд, т.к. у него самый высокий R^2.

4 ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ И СТРУКТУРНЫХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ[1]

Внутренним свойством систем любого типа, и социально-экономических - в частности, является движение. Оно может носить двойственный характер: во-первых, сохранять устойчивость объекта; во-вторых, переводить его в новое качественное состояние[2]. Кроме того, движение может быть следствием управленческого воздействия или же быть результатом объективного течения событий.

Движение системы во времени, носящее управляемый характер, мы считаем трансформацией. Для измерения силы и глубины трансформации, проявляющейся в структурных сдвигах, в статистике используются специальные методы, рассчитываются специфические показатели.

В то же время в исследованиях структурных различий и сдвигов остаются нерешённые или спорные вопросы.

1. Нет чёткого разграничения понятий «структурные сдвиги» и «структурные изменения», хотя сами эти категории активно используются в экономической литературе.

Под различиями в структуре совокупности в отдельные периоды времени мы будем понимать дифференциацию удельных весов (долей) частей этих совокупностей. Эти различия, рассматриваемые в динамике, мы можем назвать «структурными сдвигами».

Динамический анализ показателей структуры - одно из важнейших средств изучения закономерностей развития экономических явлений во времени. Структурные сдвиги, в частности, отражают различные темпы роста производства продукции видов экономической деятельности, изменение удельного веса занятого населения в регионе и т.д.

Применительно к сравнению двух структур в пространстве некоторые учёные (в частности, Л.С. Казинец[3]) предлагают термин «структурные различия».

2. Существует достаточное количество статистических показателей в сфере измерения структурных сдвигов (различий), но при этом не определена область применения каждого из них. В частности, нет чётких рекомендаций, какой из критериев применять в конкретной ситуации и для каких целей.

---

[1] Для написания данной главы был использован материал из научной статьи Перстенва Н.П. Критерии классификации показателей структурных различий и сдвигов // Фундаментальные исследования. – 2012. - № 3. – С. 478 – 482.

[2] Воложанина О.А. Развитие социально-экономических систем: теория и методология: автореф. Дис. …д-ра экон. Наук. – СПб., 2011. – 42с.

[3] Казинец Л.С. Темпы роста и структурные сдвиги в экономике (Показтели планировании и анализа). – М.: Экономика, 1981. – 184 с.

Такая ситуация затрудняет работу экономиста-аналитика, испытывающего сложности при попытке разобраться в этом многообразии показателей.

3. Из всего множества показателей структурных сдвигов (различий) только малая часть шкалирована и имеет какие-либо комментарии по их трактовке и особенностям. Причём эти комментарии зачастую сделаны не авторами-разработчиками, а исследователями, использовавшими эти показатели в своих работах.

4. Данные показатели в основном не отражают ни направленности структурных сдвигов, ни интенсивности изменений тех экономических характеристик, для которых они рассчитываются.

Указанные факторы стали причиной, побудившей нас обратить внимание на возможность систематизации, упорядочения соответствующих статистических показателей. Первым звеном в данном исследовании мы считаем разработку научной классификации индикаторов структурных сдвигов (различий).

Подобная оценка структурных сдвигов возможна с помощью системы обобщающих показателей. В её разработке большая роль принадлежит таким учёным-статистикам, как Л.С. Казинец, К. Гатев, А. Салаи и др.

Так, Л.С. Казинец предложил различать показатели двух видов структурных сдвигов: абсолютных и относительных, каждые из которых имеют самостоятельное значение[1].

Резкость и сила структурных сдвигов зависят от колеблемости (вариации) показателей абсолютных приростов и темпов роста удельных весов. Чем выше колеблемость абсолютных приростов, тем резче и сильнее абсолютные структурные сдвиги; чем выше колеблемость темпов роста, тем соответственно, резче и сильнее относительные структурные сдвиги. Следовательно, возникает вопрос об использовании показателей вариации, колеблемости абсолютных приростов и темпов роста удельных весов отдельных частей изучаемого целого для обобщающей оценки структурных сдвигов[2].

В условиях измерения абсолютных структурных сдвигов классическая формула среднего линейного отклонения трансформируется в следующую:

$$L_{\text{àáñ}} = \frac{\sum |d2 - d1|}{n}, \tag{4.1}$$

где $|d2 - d1|$ - модуль абсолютного прироста долей (удельных весов) в текущем периоде по сравнению с базисным;

n - число градаций.

---

[1] Казинец Л.С. Темпы роста и структурные сдвиги в экономике (Показатели планировании и анализа). – М.: Экономика, 1981. – 184 с.

[2] Юзбашев М.М., Агапова Т.Н. О показателях вариации долей отдельных групп совокупности // Вестник статистики. -1988. - № 10. – С. 45-54.

Этот показатель Л.С. Казинец назвал линейным коэффициентом абсолютных структурных сдвигов. Статистически его смысл состоит в том, что он представляет собой среднюю арифметическую из модулей абсолютных приростов долей (удельных весов) всех частей сравниваемых целых.

Данный коэффициент характеризует среднюю величину отклонений от удельных весов, то есть показывает, на сколько процентных пунктов в среднем отклоняются друг от друга удельные веса частей в сравниваемых совокупностях.

Чем больше величина линейного коэффициента абсолютных структурных сдвигов, тем больше в среднем отклоняются друг от друга удельные веса отдельных частей за два сравниваемых периода, тем сильнее абсолютные структурные сдвиги. Если структуры за эти периоды совпадают (т.е. d2 - d1 = 0), то данный коэффициент будет равен нулю.

На основе формулы среднего квадратического отклонения Л.С. Казинец построил другой показатель абсолютных структурных сдвигов:

$$\sigma_{\text{àáñ}} = \sqrt{\frac{\sum (d2 - d1)^2}{n}} \qquad (4.2)$$

По мнению Л.С. Казинца, формула (2) есть частный случай формулы простого среднего квадратического отклонения в условиях измерения абсолютных структурных сдвигов. Этот показатель в литературе получил название «квадратический коэффициент абсолютных структурных сдвигов».

Он позволяет количественно оценить, на сколько процентных пунктов в среднем отклоняются друг от друга удельные веса частей в сравниваемых совокупностях.

Основу вычисления сводных показателей относительных структурных сдвигов составляют темпы роста удельных весов, рассматриваемых как часть целого, степень вариации которых и служит их сводной обобщающей характеристикой. Показатель относительных структурных сдвигов, основанный на среднем взвешенном линейном отклонении, вычисляется при использовании долей по формуле:

$$L_{\text{îòí}} = \sum \left| \frac{d2}{d1} - 1 \right| \cdot d1 \qquad (4.3)$$

Этот показатель называется линейным коэффициентом относительных структурных сдвигов.

Он показывает не среднюю скорость, а среднюю интенсивность изменения удельных весов отдельных частей совокупности. Иначе говоря, линейный коэффициент позволяет установить, на сколько процентов по сравнению с базисным периодом, удельные веса которого принимаются за единицу (100 %), изменился в среднем удельный вес частей целого, то есть каков средний относительный (а не «абсолютный» - по Л.С. Казинцу) прирост удельного веса частей целого (взятых, естественно, по их абсолютному значению).

В случае тождественности структур сравниваемых совокупностей рассматриваемый коэффициент равен нулю, так как d2:d1 = const. И, наоборот, равенство нулю этого коэффициента означает тождественность структур сравниваемых совокупностей.

Чем больше количественное значение линейного коэффициента относительных структурных сдвигов, тем более резкими являются относительные структурные сдвиги, и, наоборот, менее резкие структурные сдвиги характеризуются меньшими значениями линейного коэффициента относительных структурных сдвигов.

Рассмотрим обобщающий показатель относительных структурных сдвигов, основанный на среднем взвешенном квадратическом отклонении. Он может быть вычислен по нижеследующей формуле:

$$\sigma_{îòí} = \sqrt{\sum\left(\frac{d2}{d1}-1\right)\cdot d1} \tag{4.4}$$

Этот показатель Л.С. Казинец предлагает называть квадратическим коэффициентом относительных структурных сдвигов.

Этот коэффициент показывает, на сколько в среднем отклоняются коэффициенты (темпы) роста отдельных частей совокупности от их среднего значения, равного единице (100 %), или, иначе говоря, какова средняя квадратическая величина относительного отклонения удельных весов.

Для дополнения системы показателей Казинца Перстеневой Н.П. [1] были предложены два коэффициента, которые являются модификациями линейного и квадратического коэффициентов структурных сдвигов. Они являются нормированными, то есть их значения варьируются в пределах от 0 (идентичность структур) до 1 (полное различие структур).

В знаменателе отношения долей, по нашему мнению, более целесообразно использовать не удельный вес базисного периода, а средний удельный вес (по двум периодам).

В этом случае формулы (4.5) и (4.6) примут следующий вид:

1) модификация линейного коэффициента:

$$L_{îòí\ (ì\ )} = \sum\left|\frac{d2}{\frac{d1+d2}{2}}-1\right|\cdot d1 \tag{4.5}$$

[1] Перстенёва Н.П. Методология статистического исследования структурно-динамических изменений (на примере экономики Самарской области): дис. ... канд. экон. наук. – Самара, 2003. – 141 с.

2) модификация квадратического коэффициента:

$$\sigma_{\text{îòí (ì)}} = \sqrt{\sum \left(\frac{d2}{\frac{d1+d2}{2}} - 1 \right)^2 \cdot d1} \tag{4.6}$$

В теории и практике статистического анализа особое место принадлежит сводным показателям оценки структурных сдвигов. В отличие от рассмотренных ранее показателей Л.С. Казинца они, как правило, имеют более удобную и компактную шкалу значений - от 0 до 1, и в этом случае каждый отдельный коэффициент сам по себе имеет вполне определённый познавательный смысл и не требует обязательного сравнения с другим.

Болгарский статистик К. Гатев предложил нормировать линейный и квадратический коэффициенты абсолютных структурных сдвигов путём деления на их максимально возможную величину. Так как $|d2 - d1| \le 2$ и $\sum (d2 - d1) \cdot 2 \le 2$, то в результате получим следующие формулы[1]:

1) нормированного линейного коэффициента абсолютных структурных сдвигов:

$$L_{\text{îîðì}} = \frac{1}{2} \cdot \sum |d2 - d1| \tag{4.7}$$

2) нормированного квадратического коэффициента абсолютных структурных сдвигов:

$$\sigma_{\text{îîðì}} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \sum (d2 - d1)^2} \tag{4.8}$$

С.В. Курышева в своих исследованиях интенсивности структурных сдвигов в составе рабочих промышленности[2] предлагает модифицировать показатель (8), добавив ему информативности. Она, в частности, предлагает учесть число доминантных групп, то есть тех, что в основном формируют структуру совокупности. Модифицированный показатель получил название «скорректированный нормированный квадратический коэффициент абсолютных структурных сдвигов»:

$$\sigma^*_{\text{îîðì}} = \sqrt{\frac{L}{2} \cdot \sum (d2 - d1)^2} \tag{4.9}$$

[1] Агапова Т.Н. Статистические методы изучения структуры: дис. ... д-ра экон. наук. – СПб., 1996. – 215 с.

[2] Курашева С.В. Статистический анализ содержания труда рабочих. – Красноярск: Изд-во Красноярского ун-та, 1990. -184 с.

где L - число доминантных групп.

Ещё один показатель - интегральный коэффициент структурных сдвигов - был предложен К. Гатевым[1]:

$$\hat{E}_{\grave{e}\acute{i}\grave{o}} = \sqrt{\frac{\sum\left(d2-d1\right)^2}{\sum d2^2+\sum d1^2}} \tag{4.10}$$

Как и показатели абсолютных структурных сдвигов Л.С. Казинца, данный коэффициент в принципе также основан на разностях удельных весов, однако при данном способе нормирования он учитывает значения самих удельных весов обоих периодов. В качестве недостатка можно отметить отсутствие реального смысла знаменателя.

Венгерский учёный А. Салаи предложил свой вариант обобщающего показателя структурных сдвигов:

$$I_c = \sqrt{\frac{\sum\frac{(d2-d1)^2}{(d2+d1)^2}}{n}} \tag{4.11}$$

Важный недостаток коэффициента: его значения зависят от числа градаций.

Позднее были сделаны попытки найти критерий, который был бы свободен от указанных недостатков. Так, в конце XX в. был разработан индекс В. Рябцева[2]:

$$I_R = \sqrt{\frac{\sum(d2-d1)^2}{\sum(d2+d1)^2}} \tag{4.12}$$

Рассмотренные показатели являются наиболее востребованными в практических исследованиях. Учитывая достаточно большое количество этих индикаторов, мы предложили ряд критериев, позволяющих их классифицировать - нормированность, универсальность, чувствительность, направленность.

1. Нормированность.

Этот критерий означает, что у показателя имеется интервал возможных значений - как правило, от 0 до 1. При этом 0 означает «идентичность структур», а 1 - «полное различие структур». Наличие крайних значений позволяет разработать шкалу, определяющую статус того

---

[1] Социальная статистика/ Под ред. И.И.Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 480 с.

[2] Зарова Е.В., Чудилин Г.А. Региональная статистика: учебник. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 624 с.

или иного значения показателя. Естественно, что в этом вопросе присутствует некоторый элемент научного творчества, и каждый учёный теоретически мог бы составить собственную шкалу. Этот вопрос не является принципиальным; важно, чтобы соблюдался общий подход к пониманию смысла крайних значений.

Отметим, что нормированность и шкалирование облегчают аналитику интерпретацию полученных результатов.

Критерий нормированности соблюдается в показателях (3, 5-8, 10-12), причём (3) варьируется от 0 до 200 %. В настоящее время шкала разработана только для показателя (12).

2. Универсальность.

Она может рассматриваться в двух аспектах: уровневом и пространственно-временном.

В первом случае речь идёт о возможности применения показателя при исследованиях на любом уровне экономики - макро-, мезо-, микро-. Например, интегральный коэффициент структурных сдвигов Гатева позиционируется как показатель социальной статистики (хотя это утверждение практически не обосновывается).

Во втором случае рассматривается применение того или иного индикатора для анализа как структурных различий (пространственных), так и структурных сдвигов (временных).

3. Чувствительность.

Она понимается как эластичность того или иного количественного показателя в зависимости от изменения удельных весов изучаемых совокупностей. Иными словами, чувствительность характеризует количественные изменения значений индикатора при определённых флуктуациях в структуре.

Наиболее чувствительными мы можем признать:

квадратический коэффициент относительных структурных сдвигов Казинца, который изменяется от 0 до 1000 %, однако имеет одну важную особенность: если в базисном периоде удельные веса каких-либо групп (двух и более) максимально близки к нулю (менее 0,3 %), то его значение может превышать 1000;

обобщающий показатель структурных сдвигов Салаи. Он не может быть рассчитан, если доли в каждом периоде у какой-либо группы равны 0. В этом случае будут нарушены правила элементарной математики: в числителе подкоренной дроби получится деление на 0. Кроме того, если хотя бы одна доля в одном из периодов равна 0 (даже при условии идентичности всех остальных), значение этого коэффициента резко возрастает и практически достигает 1.

Кроме того, чувствительность может означать различия в количественном изменении нескольких показателей при равном изменении структуры. С другой стороны, одинаковое количественное изменение нескольких индикаторов не обязательно может свидетельствовать об адекватном (одинаковом) изменении в структуре сравниваемых совокупностей.

4. Направленность.

Этот критерий определяет вектор развития, приближение или отдаление от «эталонной» структуры, положительные или отрицательные структурные сдвиги (различия). Например, увеличение доли бракованной продукции на предприятии свидетельствует об отрицательных структурных сдвигах (и наоборот). В какой-то мере ответ на эти вопросы дают индексы влияния структурных сдвигов, однако ни один из рассмотренных нами ранее статистических показателей не отвечает на подобные вопросы.

Предложенные нами критерии классификации являются начальным этапом исследования, в ходе которого мы ставим задачу не поиска оптимального (универсального) критерия измерения структурных сдвигов (различий), а систематизацию накопленных научных знаний по данной проблематике. Это позволит выявить особенности, достоинства и недостатки отдельных индикаторов, определить возможные сферы их применения.

Пример 4.1.

Одним из основных показателей, характеризующих уровень жизни населения, является уровень образования населения. Рассмотрим структуру охвата населения Оренбургской области образованием на начало года (табл. 4.1).

Таблица 4.1 - Структура уровня образования населения в Оренбургской области

Показатели	2002г.		2011г.		Изменения в структуре (+,-),%
	Тыс.чел.	В % к итогу	Тыс.чел.	В % к итогу	
Численность обучающихся - всего	327,9	100	206,1	100	327,9
в том числе в: общеобразовательных учреждениях	254,16	77,51	124,67	60,49	254,16
учреждениях начального профессионального образования	23,74	7,24	11,60	5,63	23,74
учреждениях среднего профессионального образования	30,82	9,4	23,10	11,21	30,82
учреждениях высшего профессионального образования	19,08	5,82	46,25	22,44	19,08
аспирантуре и докторантуре	0,07	0,02	0,45	0,22	0,07

Анализируя рассчитанные показатели, представленные в таблице 4.1 можно сделать следующие выводы: за рассматриваемый период с 2002г. по 2011г. в Оренбургской области наиболее значительные увеличения произошли в структуре уровня образования населения по следующим категориям: на 1,81 п.п. увеличилась доля обучающихся в учреждениях среднего профессионального образования, на 16,62 п.п. увеличилась доля населения, учащихся в учреждениях высшего профессионального образования и на 0,20 п.п. увеличилась доля обучающихся в аспирантуре и докторантуре. Численность обучающихся в общеобразовательных учреждениях и учреждениях начального образования сократилась на 17,02 п.п. и 1,61 п.п., соответственно.

Проанализируем структурные изменения, произошедшие в структуре уровня образования населения Оренбургской области за 2002 – 2011 гг. с помощью следующих относительных показателей:

1. Линейный коэффициент «абсолютных» структурных сдвигов:

$$L_{àáñ} = \frac{\sum |d2 - d1|}{n}$$

Для наших данных по образованию населения d = 7,45 п.п., это значит, что удельный вес отдельных статей изменился в среднем на 7,45 п.п.

2. Квадратический коэффициент «абсолютных» структурных сдвигов:

$$\sigma_{àáñ} = \sqrt{\frac{\sum (d2 - d1)^2}{n}}$$

Для нашего исследования по уровню образования населения σ =10,69 п.п., это свидетельствует о скорости изменения удельных весов отдельных частей совокупности, следовательно, скорость изменения удельных весов по уровню образования населения от года к году составляет 10,69 п.п.

Рассмотрим структуру распределения численности занятых в экономике по уровню образования (рис. 4.1.).

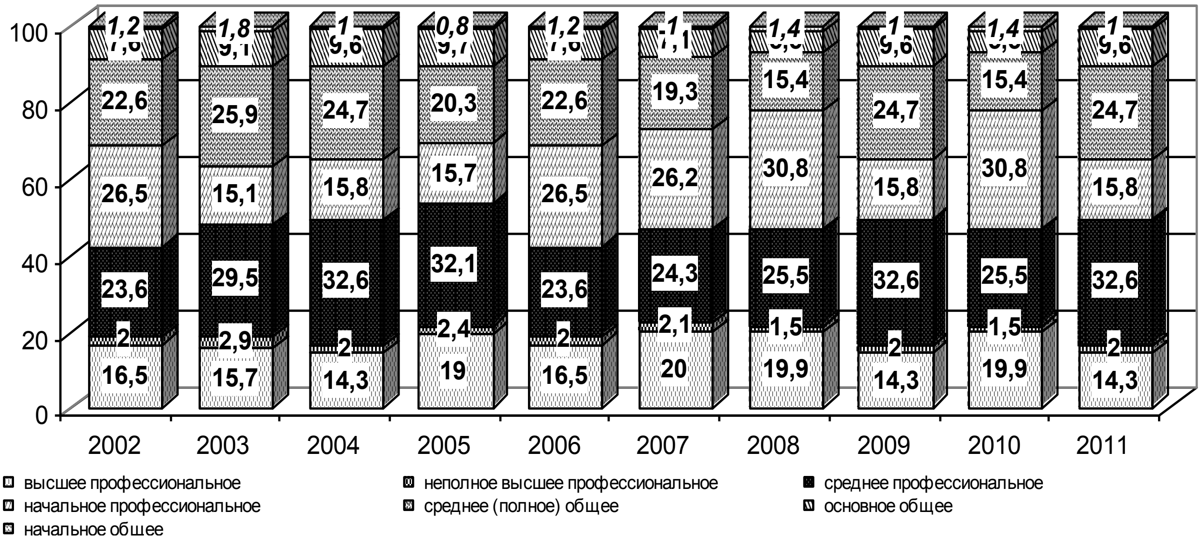


Рисунок 4.1 - Динамика структуры занятых в экономике по уровню образования

Из рисунка 4.1 видно, что доля занятых в экономике с высшим образованием сократилась на 2,2 п.п., с неполным высшим не изменилась, со средним профессиональным увеличилась на 9 п.п., с начальным профессиональным сократилась на 10, 7 п.п., со средним общим увеличилось на 2 п.п., с начальным сократилась на 0,2 п.п.

Достаточно интересным является вопрос о распределении уровня образования населения Оренбургской области между мужчинами и женщинами (рис. 4.2 и рис. 4.3).

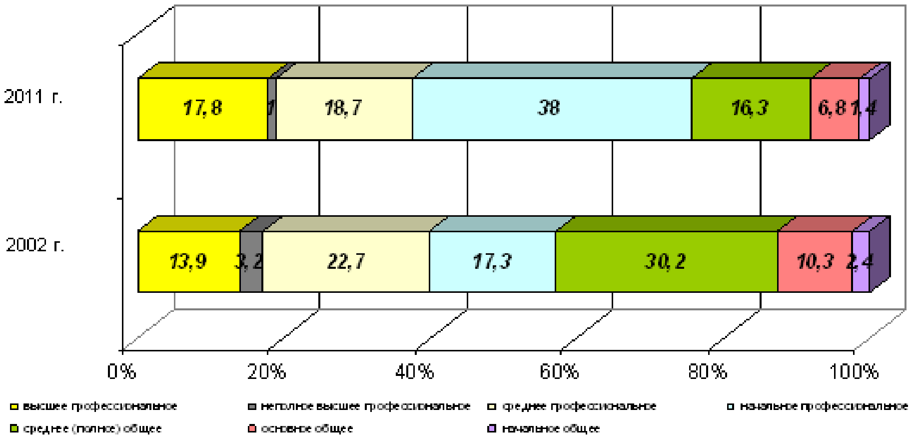


Рисунок 4.2 - Динамика структуры занятых мужчин в экономике по уровню образования

Из рисунка 4.2 видно, что в структуре произошли следующие изменения: на 3,9 п.п. увеличилась доля мужчин с высшим профессиональным образованием и на 20,7 п.п. с начальным образованием, при этом сократилась доля мужчин с неполным высшим образованием (на 2,2 п.п.), со средним образованием (на 4 п.п.), со средним общим (на 13,9 п.п.) и основным общим (на 3,5 п.п.).

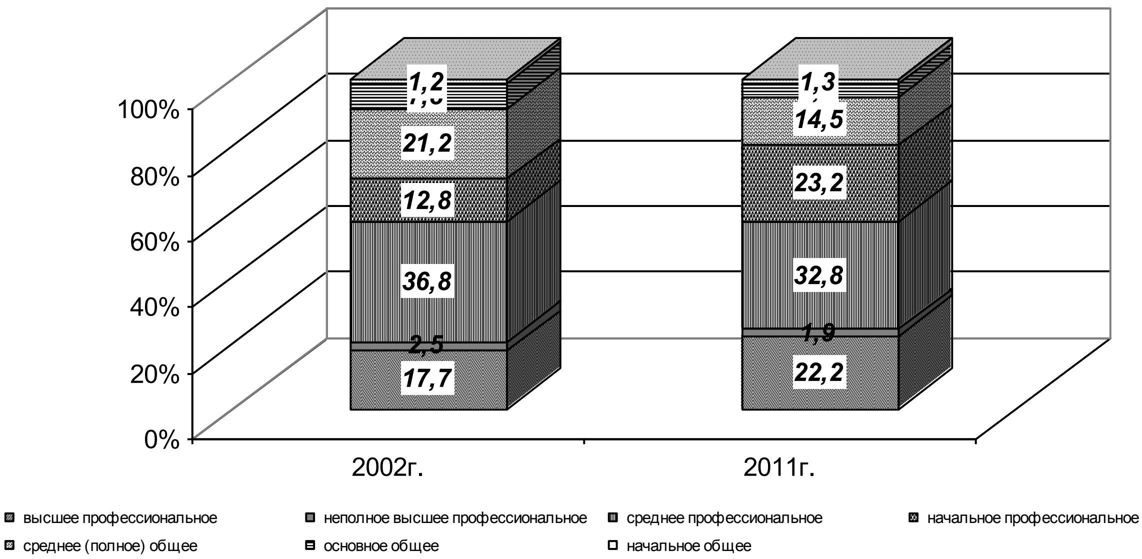


Рисунок 4.3 - Динамика структуры занятых женщин в экономике по уровню образования

Из рисунка 4.3 видно, что в структуре занятых в экономике женщин произошли следующие изменения: на 4,5 п.п. увеличилась доля женщин с высшим профессиональным образованием и на 10,4 п.п. с начальным образованием, при этом сократилась доля женщин с неполным высшим образованием (на 0,6 п.п.), со средним образованием (на 4 п.п.), со средним общим (на 6,7 п.п.) и основным общим (на 3,7 п.п.).

Рассмотрим структуру безработных по уровню образования (рис.2.5). Из рисунка 4.4 видно, что произошли следующие изменения в распределении безработных по уровню образования: на 1,5 п.п. увеличилась доля безработных с высшим профессиональным образованием, на 2, 6п.п. увеличилась доля безработных с неполным высшим образованием и на 14,1 - с начальным образованием, при это сократилась численность безработных со средним специальным образованием (на 4,3 п.п.), средним общим (на 10,1 п.п.), основным общим (на 3,4 п.п.) и начальным общим (на 0,4 п.п.).

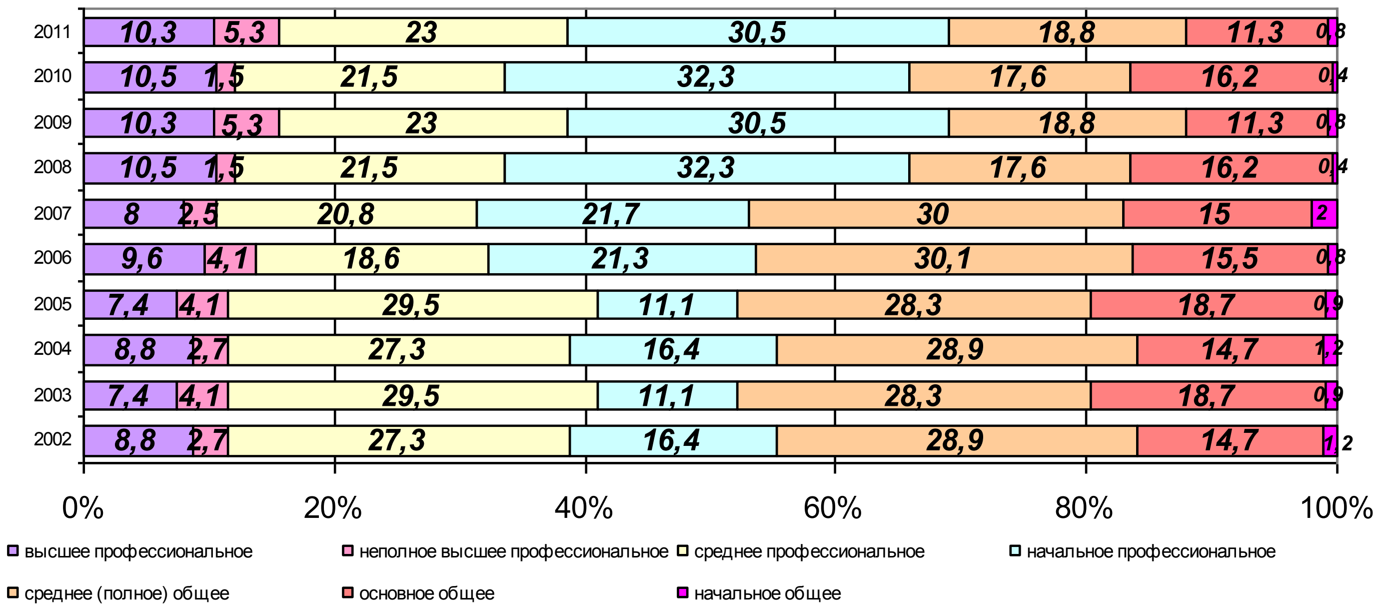


Рисунок 4.4 - Динамика структуры безработных по уровню образования

Таким образом, проведенный анализ структуры уровня образования населения Оренбургской области, свидетельствует о том, что за анализируемый период 2002-2011гг. произошли не значительные изменения.

Пример 4.2.

Структура производства продукции растениеводства в Оренбургской области в рассматриваемом периоде менялась в сторону сокращения долей картофеля и кукурузы (на 0,6 и 14,6 п.п. соответственно) и увеличения долей зерна, подсолнечника (на 5,9, 9,4 п.п. соответственно) и овощей не изменилось (рис. 4.5).

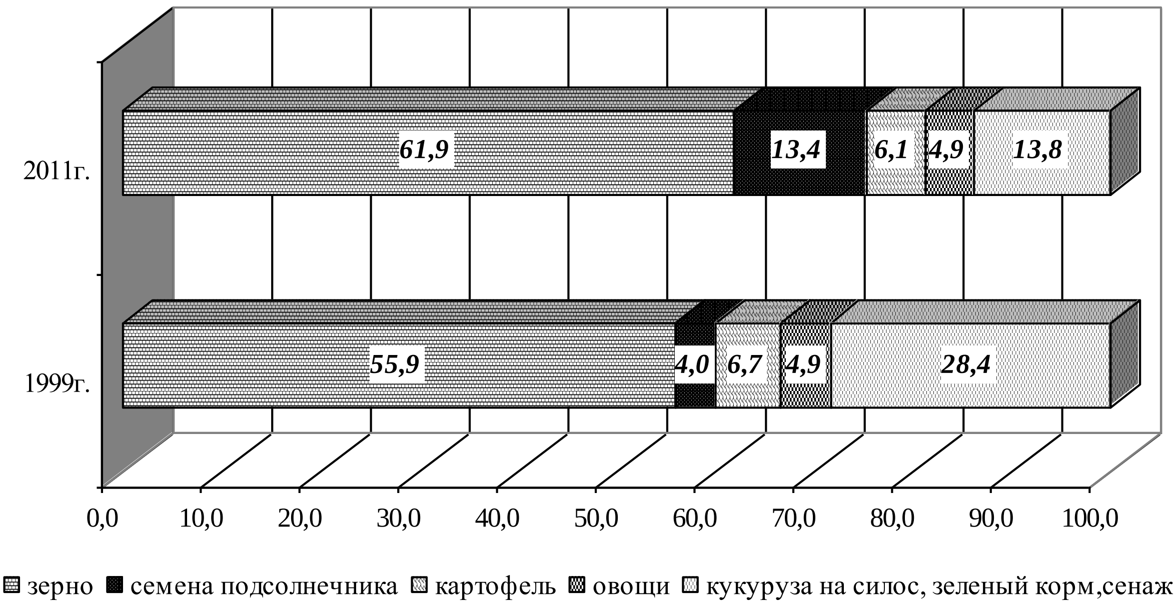


Рисунок 4.5 – Структура производства продукции растениеводства в Оренбургской области, %

Оценить существенность произошедших структурных изменений в производстве продукции растениеводства можно с помощью индексов структурных сдвигов: коэффициента абсолютных сдвигов, коэффициента К. Гатева, коэффициента А. Салаи, индекса Рябцева. В таблице 4.2 представлены исходные данные для расчета этих показателей.

Таблица 4.2 – Динамика структуры производства продукции растениеводства в Оренбургской области

Показатели	1999г.	2002г.	2004г.	2006г.	2008г.	2011г.	Изменения в структуре в 2011г. по сравнению с 1999г. (+/-)
Зерно	55,9	70,6	53,9	59,1	70,9	61,9	5,9
Семена подсолнечника	4,0	2,6	5,3	8,8	8,1	13,4	9,4
Картофель	6,7	6,1	11,6	8,2	6,0	6,1	-0,6
Овощи	4,9	5,0	8,5	5,1	4,4	4,9	0,0
Кукуруза на силос, зеленый корм, сенаж	28,4	15,7	20,5	18,8	10,5	13,8	-14,6
ИТОГО	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	х

Сводная таблица индексов структурных сдвигов представлена ниже (таблица 4.3).

Таблица 4.3 – Значения коэффициентов структурных сдвигов в производстве продукции растениеводства в Оренбургской области

Название показателя	Формула расчета	Значение, в коэффициентах
Коэффициент абсолютных структурных сдвигов	$L_{\text{àáñ}} = \frac{\sum \lvert d2 - d1 \rvert}{n}$	0,677
Коэффициент К.Гатьева	$\hat{\text{Ê}}_{\text{èíô}} = \sqrt{\frac{\sum (d2 - d1)^2}{\sum d2^2 + \sum d1^2}}$	0,432
Коэффициент А.Салаи	$I_c = \sqrt{\frac{\sum \frac{(d2 - d1)^2}{(d2 + d1)^2}}{n}}$	0,567
Индекс Рябцева	$I_R = \sqrt{\frac{\sum (d2 - d1)^2}{\sum (d2 + d1)^2}}$	0,345

Вычисленные значения коэффициентов удовлетворяют условию: $J_R \langle K_Г \langle J_c$, т.е. критерий Рябцева имеет среди других критериев наименьшее значение, интерпретируемое как существенный уровень различий.

Данные структурные изменения объясняются многими факторами, в том числе дефицитом финансовых средств у сельскохозяйственных товаропроизводителей, в связи, с чем они вынуждены были переключиться на более доходные виды растениеводческой продукции (подсолнечник, овощи, картофель).

5 ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Под выборочным исследованием понимается такое несплошное наблюдение, при котором статистическому обследованию подвергаются единицы изучаемой совокупности, отобраны случайным способом. В нашем случае выборочному исследованию будет подвержена молочная продукция рынка Оренбургской области. Данное выборочное исследование ставит перед собой задачу – по обследуемой части (n) дать характеристику всей совокупности (N) при условии соблюдения всех правил и принципов проведения статистического наблюдения и научно организованной работы по отбору единиц.

Для аналитического исследования использование выборочного метода актуально по причинам, того что, сплошное исследование, состоящих из десятков и сотен тысяч единиц, потребовал бы огромных материальных и иных затрат. Использование же выборочного обследования позволяет значительно сэкономить силы и средства, что имеет немаловажное значение.

Наряду с экономией ресурсов, одной из причин исследования выборочного метода, является то, что это важнейший источник статистической информации, которая дает возможность значительно ускорить получение необходимых данных. Фактор времени важен для статистического исследования особенно в условиях изменяющейся социально-экономической ситуации.

Роль выборочного обследования в получении статистических данных возрастает в силу возможности – когда это необходимо – расширения программы наблюдения. Так как исследованию подвергается сравнительно небольшая часть всей совокупности, можно более широко и детально изучить отдельные единицы и их группы.

Следует также отметить, что на практике можно столкнуться со специфическими задачами изучения массовых процессов, которые решаются лишь с помощью методологии выборки. К таким задачам относится исследование, например предпочтений покупателей и удовлетворенность насыщенностью рынка.

Применение выборочного метода наблюдения включает следующие этапы:

1) определение генеральной совокупности и единиц наблюдения, обладающих первичной информацией, необходимой для решения задач обследования;

2) создание основы выборки;

3) формирование выборочной совокупности путем отбора элементов основы;

4) распространение собранных по выборке данных на генеральную совокупность.

Последний этап зависит от примененного способа отбора элементов в выборку и используемой формулы оценивания характеристик генеральной совокупности по данным выборки.

В статистической практике выборки извлекаются из конечных списочных основ. Однако единица основы, единица отбора и единица наблюдения могут отличаться. Например, это обычная ситуация при обследованиях населения и сельскохозяйственного сектора.

При рассмотрении любой схемы извлечения выборки должны быть учтены два фактора:

1) использовалась или нет вероятностная процедура;

2) наличие или отсутствие объективности в действиях специалиста, формирующего выборку.

Смысл объективности ясен и однозначен: любой специалист, производящий отбор, получил бы ту же самую выборку, т.е. выборку с теми же самыми свойствами. Субъективность означает, что специалисту, производящему отбор, позволено опираться на собственное суждение или интуицию относительно того, что является «хорошей» выборкой.

Рассматривая каждый из этих факторов на двух уровнях, можно выделить четыре типа выборок (таблица 5.1)

Таблица 5.1 - Типы выборок в статистической методологии

Роль, которую играет специалист, осуществляющий отбор	Процедура отбора	
	Вероятностная	Невероятностная
Объективная	Выборки, сформированные вероятностным (случайным) образом	Выборки, сформированные на основе направленного отбора
Субъективная	Выборки, сформированные квазислучайным образом	Выборки, сформированные на основе суждения эксперта

В статистической практике используются все четыре типа выборок. Однако обычно отдают предпочтение вероятностным (случайным) выборкам как наиболее объективным, поскольку имеется хорошо обоснованная теория, позволяющая понимать поведение таких выборок и оценивать их свойства (качество) отображения характеристик всей совокупности. Свойства и объективная ценность других выборок известны в меньшей мере.

Имеются два типа выборок, основывающихся на вероятностном способе отбора: выборки, отбираемые по объективным правилам вероятностного (случайного) отбора, и выборки, отбираемые, строго говоря, не по этим правилам (квазислучайные).

В теории выборочных обследований рассматриваются выборки, извлеченные из совокупностей (основ выборки), содержащих некоторое конечное число единиц N. Эти единицы различимы между собой и число различных выборок объема n, которые могут быть извлечены из списка N единиц, равно числу сочетаний C_N^n.

В выборочных статистических обследованиях в целях расчета параметров совокупности основное внимание направлено на изучение определенных свойств единиц, которые измеряются и фиксируются в процессе наблюдения для каждой единицы, включенной в выборку. Эти свойства называют признаками.

Главным вопросом методологии выборочного наблюдения является обеспечение приемлемого уровня ошибок получаемых значений характеристик совокупности, в том числе по требуемым разрезам, например, отраслям экономики, формам собственности и регионам России.[17]

Полученные в результате выборочного наблюдения характеристики практически всегда несколько отличаются от характеристик генеральной совокупности. Эти отличия называются ошибками выборки (или репрезентативности), которые могут быть систематическими или случайными.

Систематические ошибки имеют место в том случае, когда нарушен принцип случайности отбора и в выборку попали единицы, обладающие какими-либо свойствами, не характерными для всех единиц генеральной совокупности. Случайные ошибки обусловлены тем обстоятельством, что даже при тщательной организации выборка не может в точности воспроизвести генеральную совокупность. В отличие от ошибок систематических, случайные ошибки являются вполне допустимыми, если они малы и могут быть оценены статистически.

Для измерения ошибки выборки, а также сравнения двух оценок, т.е. выявления более эффективной оценки, используют средний квадрат ошибки оценки (СКО), который измеряет ошибку относительно оцениваемого параметра совокупности (5.1).

$$\begin{aligned} &\text{ÑÊÎ}\ (\hat{\theta}) = \text{Å}(\hat{\theta}-\theta) = \text{Å}\left[(\hat{\theta}-\bar{\theta}) + (\bar{\theta}-\theta)\right]^2 = \\ &= \text{Å}(\hat{\theta}-\bar{\theta})^2 + 2(\hat{\theta}-\theta)\text{Å}(\hat{\theta}-\bar{\theta}) + (\hat{\theta}-\theta)^2 = V(\hat{\theta}) + B^2, \\ &\text{òàê \_êàê \_}\text{Å}(\hat{\theta}-\bar{\theta}) = 0, \text{Å}(\hat{\theta}) = \bar{\theta} \end{aligned} \tag{5.1}$$

где E - символ, заменяющий выражение "математическое ожидание величины";

$\hat{\theta}$ - оценка некоторой характеристики совокупности θ, получаемая согласно некоторой схеме отбора и примененной формуле оценивания;

$\bar{\theta}$ - математическое ожидание

$\hat{A} = \bar{\theta} - \hat{\theta}$ - смещение оценки;

$V(\hat{\theta})$ - дисперсия оценки.

Таким образом, СКО является критерием достоверности оценки, который характеризует величину отклонений от истинного значения характеристики совокупности $\overline{\theta}$.

Поскольку на практике трудно проследить, чтобы оценки не давали никаких смещений, для характеристики оценки используется понятие «точности», относящееся к величине отклонений от усредненного значения $\overline{\theta}$.

Степень точности оценки обычно характеризуется ее дисперсией, стандартной ошибкой, коэффициентом вариации (относительной стандартной ошибкой) и доверительным интервалом.

Точность какой-либо оценки, полученной по выборке, зависит от двух факторов: от способа, которым оценка вычисляется по данным выборки, и от способа формирования самой выборки.

В выборочных обследованиях способ оценивания называется состоятельным, если оценка становится в точности равной оцениваемому параметру для совокупности при n = N, т.е. когда выборку составляет вся совокупность. Очевидно, что при простом случайном отборе выборочное среднее $\bar{y}$ и произведение $N\bar{y}$ представляют собой состоятельные оценки соответственно среднего и суммарного значений для совокупности.

В данном контексте способ оценивания называется несмещенным, если среднее значение оценки, взятое по всем возможным выборкам данного объема *n*, в точности равно истинному значению для совокупности, и это утверждение справедливо для любой конечной совокупности значений y_i и для любого *n*. Например, при простом случайном отборе выборочное среднее $\bar{y}$ - несмещенная оценка среднего значения признака, $N\bar{y}$ - несмещенная оценка суммарного значения *Y* для совокупности, где $\bar{y}$ - среднее значение признака y_i по выборке.

В теории и практике выборочных обследований часто приходится рассматривать смещенные оценки. Это обусловлено следующими причинами. Во-первых, в некоторых случаях, особенно при оценивании отношений двух величин, смещенные оценки дают более достоверные результаты, чем несмещенные. Во-вторых, даже в случае использования теоретически несмещенных оценок ошибки наблюдения и неполучение ответов от респондентов могут привести к смещениям в распространенных результатах.

Кратко опишем некоторые, наиболее часто используемые в статистической практике способы формирования вероятностной выборки.

Простым случайным отбором называется способ, при котором извлечение единиц из совокупности для обследования осуществляется методом жеребьевки или с использованием таблиц или генератора случайных чисел без деления этой совокупности на какие-либо классы или группы.[9]

Простую случайную выборку получают, отбирая последовательно единицу за единицей. Единицы в совокупности нумеруются числами от 1 до N, после чего выбирается последовательность n случайных чисел, заключенных между 1 и N. Единицы совокупности, имеющие эти номера, составляют выборку. На каждом этапе отбора такой процесс обеспечивает для всех еще не выбранных номеров равную вероятность быть отобранными. Легко показать, что равную вероятность быть отобранными имеют все C_N^n возможных выборок.

Уже отобранные номера исключаются из списка, иначе одна и та же единица могла бы попасть в выборку более одного раза. Поэтому такой отбор называется отбором без возвращения. Отбор с возвращением легко осуществим, но им, за исключением особых случаев, пользуются редко, поскольку нет особых оснований допускать, чтобы одна и та же единица встречалась в выборке дважды.

При простом случайном отборе для получения выводов о параметрах совокупности используют выборочное среднее в качестве оценки среднего значения признака совокупности, а дисперсию признака по выборке - для оценки дисперсии признака совокупности. Для простой случайной выборки усредненные выборочные средние и дисперсии точно равны среднему и дисперсии признака совокупности (приложение А).

Другие методы отбора часто оказываются предпочтительнее простого случайного отбора по соображениям удобства или повышения точности. Однако простая случайная выборка - наипростейший вид объективной вероятностной выборки, она служит основой для многих более сложных ее видов.

Расслоенный случайный отбор - это отбор, предусматривающий предварительное разделение совокупности, содержащей N единиц, на слои и проведение простого случайного отбора в каждом слое.

При расслоенном случайном отборе совокупность, содержащая N единиц, сначала подразделяется на подсовокупности, состоящие, соответственно, из N_1, N_2, ..., N_L единиц. Эти подсовокупности не содержат общих единиц и вместе исчерпывают всю совокупность:

$$N_1 + N_2 + ... + N_L = N \tag{5.2}$$

Такие подсовокупности называются слоями. Для того чтобы можно было полностью воспользоваться преимуществами этого метода отбора, значения N_L должны быть известны. Когда слои определены, из каждого слоя извлекается простая случайная выборка, причем отбор в разных слоях производится независимо. Объемы выборок внутри слоев обозначаются соответственно через n_1, n_2, ..., n_L и, следовательно:

$$n_1 + n_2 + ... + n_L = n. \tag{5.3}$$

Объем выборки из каждого слоя может быть пропорционален объему (размеру) этого слоя или определяется степенью дифференциации признака в данном слое, или устанавливается в соответствии с некоторым составным критерием, учитывающим оба названных фактора. Однако реализация второго и третьего вариантов на практике затруднена, так как они предполагают наличие информации о вариации признаков еще до проведения обследования, получаемой, например, по результатам предшествующих обследований.

Расслоение - довольно распространенный прием, что обусловлено многими причинами. Перечислим некоторые из них.

Расслоение можно рассматривать как процедуру извлечения выборок, в которой на простой случайный отбор наложены некоторые ограничения или условия. При выполнении определенных условий и наложении правильных ограничений можно получить значительный выигрыш в точности и, как правило, с малыми дополнительными затратами либо вовсе без них. В другом, но близком смысле, расслоение - это способ включения знаний об общей совокупности и ее совокупностях по признакам в процедуру отбора таким образом, чтобы повысить точность оценивания.

При расслоенном случайном отборе управление обследованием значительно упрощено. Однако сама процедура предполагает знание объемов слоев, общего числа единиц в выборке, а также определение долей отбора в каждом слое.

Расслоение может дать выигрыш в точности при оценивании характеристик всей совокупности. Часто неоднородную совокупность удается расслоить на подсовокупности (слои), каждый из которых внутренне однороден. Если каждый слой однороден в том смысле, что результаты измерений в нем мало изменяются от единицы к единице, то можно получить точную оценку среднего значения для любого слоя по небольшой выборке в этом слое. Затем эти оценки можно объединить в одну точную оценку для всей совокупности (приложение Б)

Гнездовой отбор - способ формирования выборки, при котором единица отбора состоит из группы или гнезда более мелких единиц, называемых элементами. Таким образом, гнездовая выборочная единица - группа элементов, которая в процессе извлечения выборки рассматривается как одна единица. В простейшем случае элементы, составляющие гнездо, либо входят в выборку как группа, либо не входят в нее вообще.

Например, если гнездом являются все квартиры в жилом квартале города, то квартиры из этого жилого квартала либо входят в выборку, либо нет - в зависимости от того, оказался ли отобранным этот квартал или нет. Ни в коем случае не может быть, чтобы одна часть квартир из жилого квартала попала в выборку, а другая из этого же квартала не попала. Это было бы возможно, если бы извлекалась, например, случайная выборка из списка квартир города.

Гнездовой метод отбора единиц наблюдения наиболее характерен для выборочных обследований в таких отраслях статистики, как статистика сельского хозяйства и статистика населения. Широкое применение гнездового отбора в статистической практике обусловлено двумя основными причинами.

Первая из них заключается в том, что для обследования может не существовать основы выборки (списка элементов совокупности), а ее составление или невозможно, или обошлось бы очень дорого. Например, эта ситуация имеет место, когда для обследований населения нет полных и неустаревших его списков. Однако по картам подлежащие обследованию районы могут быть разделены на территориальные участки с легко идентифицируемыми границами. Относясь к таким участкам как к гнездам, возможно, решить задачу построения списка единиц отбора.

Вторая причина состоит в том, что, даже если имеется списочная основа элементов, экономические соображения могут диктовать выбор более крупных единиц отбора.

В статистической практике определение единицы отбора в значительной степени зависит от природы статистического исследования, от того, какого рода имеется основа, а также от ряда других факторов, которые не всегда поддаются количественной оценке. Этот выбор может быть сделан также на основании правила, согласно которому выбирается единица, обеспечивающая наибольшую точность оценок при заданной стоимости или наименьшую стоимость обследования при заданной точности.

Эффективность гнездового отбора можно повысить объединением в гнездах непохожих элементов. А затраты обычно уменьшаются, если в гнездах свести вместе территориально близкие элементы (приложение В).

Для осуществления систематического отбора все единицы совокупности нумеруются в некотором порядке числами от 1 до N. Для получения выборки объемом n единиц сначала извлекается, например, случайным образом какая-либо единица из первых $k = N/n$ единиц совокупности. После этого в выборку включается каждая k-я единица, начиная с уже извлеченной. Извлечение первой единицы определяет всю выборку. Такая выборка называется систематической выборкой каждой k-й единицы. Отношение N/n называется интервалом или шагом отбора.

В отдельных случаях при наличии соответствующей информационной базы для повышения точности выборочных результатов единицы генеральной совокупности предварительно ранжируются по какому-либо существенному признаку. При таком подходе отбор единиц в выборочную совокупность начинается с единицы, находящейся в середине первого интервала.

В теории систематический отбор считается более эффективным, чем простая случайная выборка. Также его легче осуществлять при работе вручную, что потеряло актуальность с широким распространением персональных компьютеров. Следует отметить два недостатка этого способа отбора:

1. затруднено получение несмещенной оценки выборочной дисперсии;

2. существуют такие совокупности и значения n, при которых простая случайная выборка дает более точные оценки показателей (дисперсия оценки среднего систематической выборки для этих совокупностей может даже расти при увеличении объема выборки). Наличие периодического или

циклического изменения в значениях признака, период которого равен интервалу отбора, - наихудшая из возможных ситуаций при систематическом отборе.

При систематическом отборе обычно применяются оценочные формулы простого случайного отбора, так как систематический отбор можно рассматривать как простой случайный, содержащий одну гнездовую единицу из совокупности k гнездовых единиц.

Дисперсия среднего значения при систематическом отборе определяется по формуле:

$$V(\bar{y}_{sy}) = \frac{N-1}{N} S^2 - \frac{k(n-1)}{N} S^2_{wsy} \tag{5.4}$$

где N - объем генеральной совокупности;

S^2 - истинное значение дисперсии признака;

k - шаг отбора;

n - объем выборочной совокупности;

S^2_{wsy} - дисперсия единиц, принадлежащих одной и той же систематической выборке (wsy - от английского «within» - внутри и «systematic» - систематический):

$$S^2_{wsy} = \frac{1}{k(n-1)} \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \tag{5. 5}$$

где y_{ij} - значение признака j-го члена i-й систематической выборки, $j = 1, 2, ..., n$, $i = 1, 2, ..., k$;

$\bar{y}_i$ - среднее значение признака i-й выборки.

При организации статистических выборочных обследований широко применяется метод многоступенчатого отбора. Если исследуемая совокупность содержит некоторые группы и имеется информация о принадлежности элементов к той или иной группе, то в этом случае при выборочных обследованиях может быть удобным вначале осуществить случайную выборку из этих групп, а затем в целях экономии средств и времени не проводить обследование всех единиц отобранных групп, как при гнездовом отборе, а отобрать лишь часть элементов в каждой выбранной группе, т.е. осуществить двухступенчатый отбор. При многоступенчатом отборе извлечение единиц наблюдения осуществляется после нескольких последовательных случайных отборов групп.

В качестве примера многоступенчатого отбора рассмотрим его специальный случай - двухэтапный групповой отбор, в котором элементы второго этапа - единицы наблюдения, случайным образом отобранные из элементарных единиц выбранных групп (приложение Г).

В случае если на каждой ступени сохраняется одна и та же единица отбора, говорят о многофазном отборе. Многофазный отбор широко применяется в выборочных переписях населения, когда одна и та же совокупность обследуется на различных фазах отбора по разным, обычно расширяющимся от фазы к фазе, программам наблюдения.

В выборках квазислучайного типа предполагается наличие вероятностного отбора на том основании, что специалист, рассматривающий выборку, считает это допустимым (т.е. предполагается, обстоятельства таковы, что возможно рассматривать выборку как вероятностную). Обоснованность этого решения всецело зависит от обстоятельств, поэтому делать обобщения сложно.

Примером использования квазислучайной выборки в статистической практике является «Выборочное обследование малых предприятий по изучению социальных процессов в малом предпринимательстве», проведенное в 1996 г. в некоторых регионах России. Единицы наблюдения (малые предприятия) отбирались экспертно с учетом представительства отраслей экономики из уже сформированной выборки обследования финансово-хозяйственной деятельности малых предприятий (форма № МП «Сведения об основных показателях финансово-хозяйственной деятельности малого предприятия»). При обобщении выборочных данных предполагалось, что выборочная совокупность сформирована методом простого случайного отбора.

В случае отбора невероятностным способом также имеются два типа выборок: сформированных на основе направленного отбора и сформированных на основе суждения эксперта. Отнесение выборки к тому или иному типу зависит от того, является ли процедура отбора объективной или нет.

Прямое использование суждения эксперта является наиболее общим методом намеренного включения единиц в выборку. Примером такого способа отбора является монографический метод, предполагающий получение информации только от одной единицы наблюдения, являющейся типичной, по мнению организатора обследования - эксперта.

По сравнению с вероятностными, выборки, построенные на основе суждения эксперта, наилучшим образом проявляют себя там, где:

1) выборка мала;

2) исследуемая совокупность весьма невелика и обозрима, или известна организатору наблюдения;

3) исследуемое свойство элементов общей совокупности существенно варьирует;

4) специалист, формирующий выборку, является большим и признанным мастером своего дела.

Выборки, сформированные на основе направленного отбора, извлекаются с помощью объективной процедуры, но без использования вероятностного механизма. Существует значительное число разнообразных способов направленного отбора.

Широко известен метод основного массива, при котором в выборку включаются наиболее крупные (существенные) единицы наблюдения, обеспечивающие основной вклад в показатель, например, суммарное значение признака, представляющего основной интерес обследования.

В заключение можно отметить, что выборки, сформированные на основе направленного отбора, несколько разочаровывают своими результатами по сравнению с вероятностными выборками, однако при работе с малыми выборками имеет смысл рассматривать виды отбора, приводящие к формированию таких выборок. Также в мировой статистической практике существуют факты, свидетельствующие о том, что при очень небольших объемах выборки на основе суждения могут иметь преимущества перед, например, простыми случайными выборками.

«Квазислучайные» выборки нельзя сравнить с остальными тремя типами выборок каким-либо простым и удовлетворительным способом. Каждая квазислучайная выборка может оказаться уникальной. Можно сделать только единственное обобщение - такими выборками следует пользоваться крайне осторожно и обоснованно.

Пример 5.1. Выборочное исследование потребительских предпочтений при выборе оператора сотовой связи и марки мобильного телефона среди студентов ФГБОУ ВПО «ХХХ».

В анализе поведения потребителей используются, как правило, три статистических метода: ряды распределения потребителей по одному из признаков (например, по времени признания товара); структурные и аналитические группировки, в том числе комбинированные, позволяющие охарактеризовать состав покупателей и зависимость выбора товара от каких-либо причин, например, от социального статуса семьи, ее типа, психологических факторов и т.п.; многофакторные регрессионные модели, которые выявляют обусловленность покупки набором каких-либо факторов, например, демографических, экономических, социальных и т.п.

Целью проведения выборочного обследования являлось выявление предпочтений студентов при выборе оператора сотовой связи и марки телефона. Место проведения исследования – город Оренбург, ФГБОУ ВПО «ХХХ». Общее количество учащихся на очной форме обучения является генеральной совокупностью (1800 чел), но поскольку всех опросить очень сложно возьмем 10% от общего числа т.е. 180 человек. Этот способ называется выборкой. Выборка или выборочная совокупность - множество случаев (испытуемых, объектов, событий, образцов), с помощью определённой процедуры выбранных из генеральной совокупности для участия в исследовании. Выборка должна отражать целевой рынок т.е. представлять его характеристики, или быть репрезентативной. Выборка применяется, когда размеры совокупности велики или когда для получения информации от всей совокупности необходимо затратить слишком много времени и средств.

Процесс расчета выборки - достаточно сложное мероприятие, доступное только специалистам с соответствующими навыками в области исследований и статистики. Главными параметрами при этом являются тип и объем выборки. Типы выборки очень разнообразны, и в каждом отдельном случае следует внимательно подходить к вопросу выбора из них. Объем выборки рассчитывается с применением специальных статистических формул, основанных на теории случайного распределения Гаусса, а для удобства расчета случайных выборок применяется калькулятор выборки.

В результате правильно разработанной выборки достигается ее важнейшее свойство - репрезентативность. Этот термин означает способность выборки правильно и точно передавать свойства и характеристики генеральной совокупности, в которой эта выборка проводилась. Другими словами, если показатели какой-то характеристики выборки, например распределение ее участников по возрасту, соответствует показателям этой же характеристики по генеральной совокупности точно или с незначительным отклонением, выборка считается репрезентативной. Это отклонение должно соответствовать или не превышать диапазон установленного доверительного интервала. Только в таком случае на основании данных проведенного исследования можно принимать прогнозируемые управленческие решения.

При проектировании выборочного наблюдения возникает вопрос о необходимой численности выборки. Эта численность может быть определена на базе допустимой ошибки при выборочном наблюдении, исходя из вероятности, на основе которой можно гарантировать величину устанавливаемой ошибки, и, наконец, на базе способа отбора. Основным инструментом в данном обследовании выступала анкета.

Вопросы были разработаны таким образом, чтобы можно было проанализировать как студенты относятся к сотовой связи, различным операторам, кому отдают предпочтение, какие марки телефонов наиболее популярны и почему выбирают именно эти модели, а также какие магазины электроники, где продаются сотовые телефоны наиболее популярны, где чаще всего студенты приобретают телефоны, и какой фактор является решающем при покупке.

Результаты проведенного выборочного обследования предпочтений потребителей при выборе сотовой связи и марки телефона показали следующее.

Проведя анкетирование 180 человек выяснилось что на вопрос «У всех членов вашей семьи есть сотовые телефоны?» 95,5% респондентов склонились к положительному ответу, 4,5% (8 человек) ответили отрицательно. Следовательно, дальнейший анализ будет проведен по данным оставшихся 172 респондентов.

Состав опрашиваемых респондентов по размеру семьи распределился следующим образом: около половины семей, ответивших что у всех есть сотовые телефоны, имеют в составе семьи 4 человек, около трети человек из семей составом из 3 человек.

Рынок сотовой связи и телефонов в городе очень велик и представлен такими известными салонами сотовой связи как : «Мегафон», «Евросеть», «Билайн», «МТС» и др. А также магазинами электроники и сотовых телефонов, такими как : «М-видео», «DNS» , «Эльдорадо», «Корпорация Центр» и многими другими. Они предоставляют продукцию таких мировых производителей сотовых телефонов как : «LG», «Nokia», «Samsung», «Fly». На вопрос «Какой марке телефона вы отдаете предпочтение?» около 40 % респондентов ответили «Nokia», на втором месте (27 %) -«Samsung», не на много отличается результат марки «LG»- 23%, и самый низкий результат у марки сотовых телефонов «Fly»- 7%. Из 172 респондентов ответили что в их семье предпочитают ту же марку сотового телефона что и у них -73 человека, а большинство респондентов (99 человек), ответили отрицательно на этот вопрос.

На вопрос «Перечислите качества которые привлекают вас в этой марке телефона», голоса распределились следующим образом:

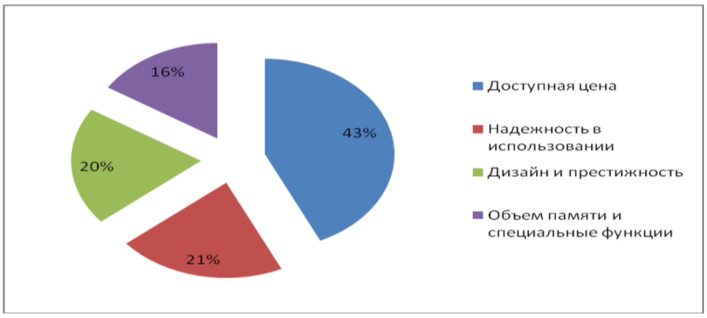


Рисунок 5.1 - Лучшие качества телефона, %

Почти равное количество респондентов считают телефон просто средством связи,(81 человек) и необходимой вещью без которой они не могут обойтись (91 человек).Среди респондентов 55 % ответили что в их доме имеется техника той же марки , что и телефон, 35% ответили отрицательно,10% -ответили не знаю или не помню. Также на вопрос «Вас можно назвать поклонником этой марки?» 48% считают что можно их назвать поклонником, однако 52% не считают себя таковыми.

Большинство респондентов (около 61%), предпочитают покупать технику, телефоны и в специализированных магазинах, меньшая часть респондентов (39%) покупают у знакомых либо по объявлению. Такой результат можно было ожидать, т.к в городе существует очень большая и разветвленная сеть специализированных магазинов электроники и бытовой техники, где представлен огромный выбор как сотовых телефонов, так и другой техники. На вопрос «Какой фактор является решающим при покупке телефона?» респондентам было предложено 4 варианта ответа: марка, цена, производитель, реклама. Как распределились голоса можно увидеть на представленном ниже графике:

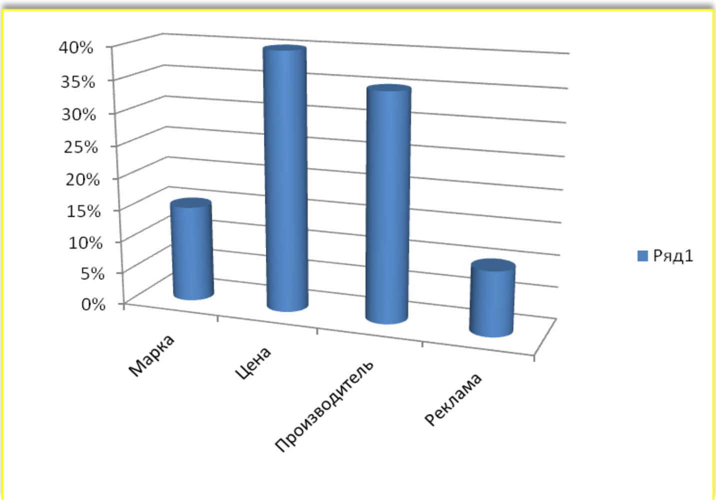


Рисунок 5.2 - Решающий фактор при покупке телефона, %

Таким образом, мы видим, что решающим фактором при выборе телефона является цена на него (40%), но не менее важным является производитель (35%). Студенты при покупке сравнивают цену и свое мнение о производителе телефона, а потом делают выбор. На третьем месте марка или модель телефона-15% голосов, реклама немного отстает и набирает 10% голосов. Тем не менее, следует отметить, что узнавание производителя и марки – есть результат работы рекламы. Следовательно, прямо фактор рекламы не оказывает влияния на формирование мнения потребителя при выборе телефона и не влияет на его спрос.

Определяясь с более популярными операторами связи, респондентам было задано несколько вопросов. На вопрос «Какого оператора связи вы предпочитаете?» на первом месте оказался оператор связи «Мегафон» (40%), немного меньше голосов набрал оператор связи «МТС» (35%), на третьем месте менее популярный оператор связи «Билайн» (18%), не пользуется большой популярностью «Оренбург GSM» (5%). Наглядно это видно на графике:

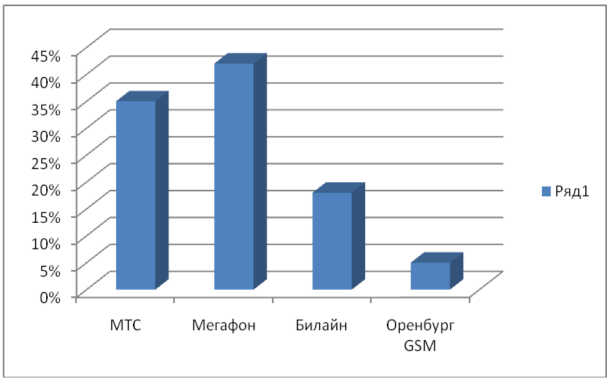


Рисунок 5.3 - Лучший оператор сотовой связи, %

В качестве разведочного анализа выявления взаимосвязи между предпочтениями респондентов в выборе телефона и различными факторами можно использовать таблицы сопряженности. Анализ таблиц является весьма простым и наглядным, и вместе с тем эффективным инструментом изучения одновременно двух переменных. Построим таблицу сопряженности решающих факторов при покупке телефона и увеличением цены на него.

Таблица 5.2 - Зависимость решающих факторов при покупке телефона и увеличением цены на продукт.

Решающие факторы при покупке телефона	Купят более дешевый	Купят тот же что и запланировали	Откажутся от приобретения	Итого по строке
Производитель	9	9	9	27
Марка	12	11	11	34
Дизайн	11	13	13	37
Реклама	11	12	12	35
Цена	12	14	13	39
Итог в группах	55	59	58	172

По данным таблицы 5.2 видно, что если телефон, который респондент запланировал купить, внезапно подорожает, то 31, 4 % опрошенных купят более дешевый, 34,3 % купят тот же что и запланировали, а 33,7 % откажутся от приобретения.

На вопрос о качестве предоставляемых оператором услуг, большинство респондентов ответили, что оно их устраивает. В целом это и неудивительно ведь при выборе оператора каждый человек интересуется качеством услуг и выбирает того оператора, который устраивает его по всем параметрам. На вопрос «Какой фактор является решающим при выборе оператора?» ответы распределились следующим образом:

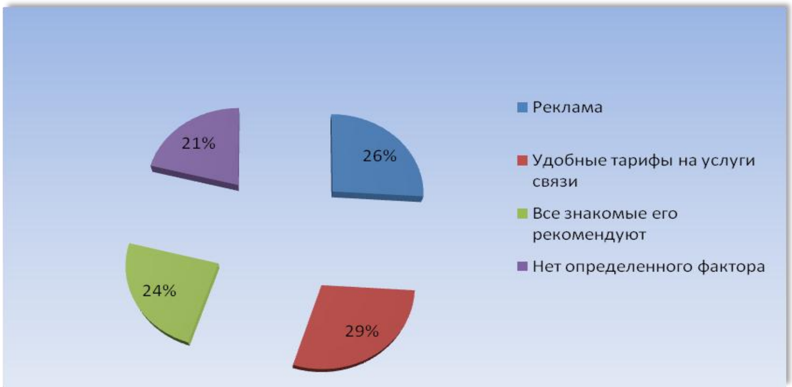


Рисунок 5.4 - Решающий фактор при выборе оператора, %

Большинство студентов-(29%), при выборе оператора, обращают внимание на тарифы и услуги, на втором месте фактор рекламы-(26%),на третьем мнения знакомых - (24%), и 21% опрашиваемых не определились с мнением. Когда респондентов спросили, «Если ваш знакомый спросит у вас совета при выборе телефона, посоветуете ли вы такую же марку какой пользуетесь сами?»; большинство (70%) ответило положительно, а 30 % сказали, что это личный выбор каждого.

Проведенное исследование позволяет сформировать портрет покупателя, студента ФГБОУ ВПО «XXX», очной формы обучения. По результатам исследования можно сделать вывод, что большинство студентов пользуются сотовыми телефонами и услугами операторов связи. В качестве лучшей марки сотового телефона они видят марку Nokia.В этой марке телефона студентов привлекает в первую очередь цена и надежность в использовании, при этом, если покупатель запланирует купить телефон этой марки, а цена на него внезапно возрастет, то он не откажется от покупки. При выборе телефона для большинства респондентов решающим фактором является цена и производитель. Среди операторов сотовой связи лидером оказался «Мегафон», ненамного отстал от него «МТС». Этих операторов выбирают потому, что у них самые удобные тарифы на услуги связи.

Таким образом, проведя исследование можно сделать вывод, что на рынке сотовых телефонов и операторов связи существуют свои определенные лидеры, продукцию которых чаще покупают и услугами которых чаще пользуются потребители, в данном случае студенты ФГБОУ ВПО «XXX», очной формы обучения.

Пример 5.2. Социальные сети как фактор социализации молодёжи.

Социализация – непрерывный и многогранный процесс, который продолжается на протяжении всей жизни человека. Но интенсивнее он протекает в детстве и юности, когда закладываются все базовые ценностные ориентации, усваиваются основные социальные нормы, формируется мотивация социального поведения. Социализация личности всегда была тесно связана с семьей и системой образования. Но в информационном обществе это, как и многое другое, подвергаются трансформации. Наиболее важными факторами социализации становятся сетевые коммуникации.

В связи с обозначенными проблемами не самого благоприятного влияния социальных сетей на социализацию молодёжи, было проведено комплексное социологическое исследование.

Объектом анкетного опроса является студенты ФГБОУ ВПО «XXX».

Предмет исследования – социальные сети как фактор социализации молодёжи.

Целью нашего анкетного опроса было определение степени влияния социальных сетей на процесс становления личности.

Задачи исследования состояли в следующем:

1)выяснить, как молодёжь проводит своё свободное время;

2)выявить, как часто молодёжь пользуется глобальной сетью Интернет;

3)исследовать знает ли молодёжь о понятие социальных сетей;

4)проанализировать с какой целью молодёжь посещает социальные сети;

5)определить помогают ли социальные сети в организации досуга молодёжи;

6)выяснить считает ли молодёжь общение в сети достойной заменой реальному общению;

7)исследовать, какие социальные нормы и ценности распространены в социальных сетях;

8)выявить каким образом нормы и ценности распространенные в социальных сетях влияют, соотносятся с общепринятыми.

Основным инструментом исследования является анкета, состоящая из 15 вопросов, которая позволяет решить поставленные задачи. В анкетном опросе в соответствующих пропорциях по критерию пола приняли участие 216 человека.

Анализ результатов анкетного опроса показал, что на сегодняшний день глобальная сеть Интернет занимает значительное место в жизни современной молодёжи. Об этом свидетельствуют данные, полученные в ходе исследования. Так в своём большинстве респонденты отметили, что находятся в Интернете достаточно часто, т.е. когда есть свободное время - 81,9% , 12,5% опрошенных респондентов указала, что они находятся в сети «он-лайн» практически всегда - отметили, 4,2% указали, что заходят в Интернет довольно редко, лишь тогда, когда есть необходимость, и всего 1,4% - практически не пользуются Интернетом (рисунок 5.5). Это говорит о том, что практически повсеместная доступность сети Интернет привела к тому, что молодые люди практически все свое свободное, да и не только свободное, но и рабочее время, проводят в сети Интернет: общаются, ищут информацию, организуют досуг и т.п.

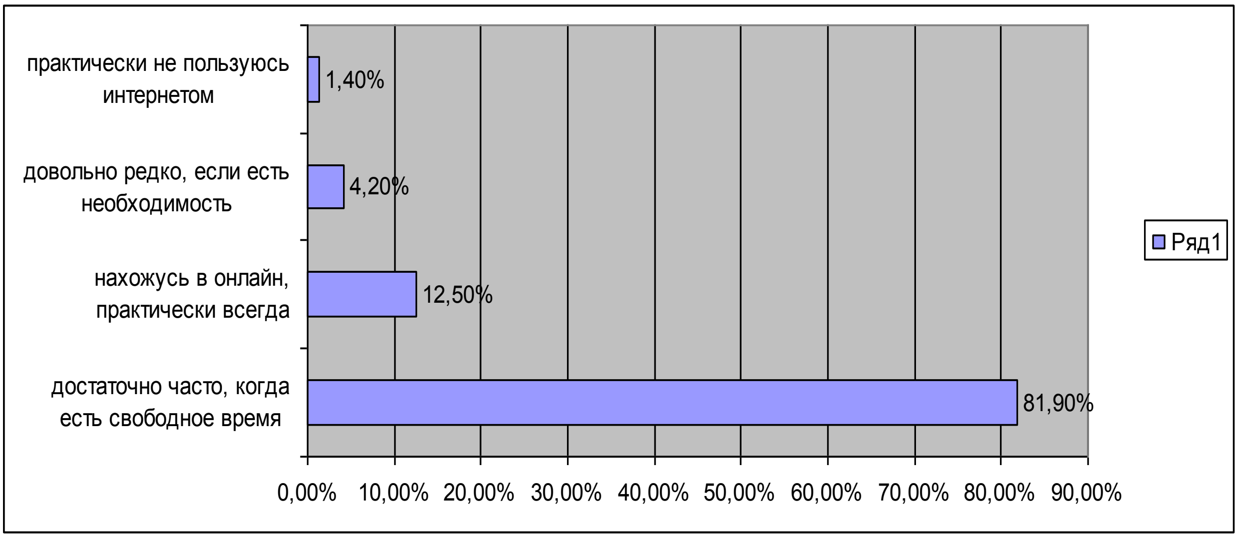


Рисунок 5.5 - Распределение ответов респондентов на вопрос: «Как часто Вы пользуетесь глобальной сетью Интернет?»

Ещё одним фактом в пользу, того, что социальные сети становятся основным местом проведения досуга, общения и развлечения является то, что 53,2% молодёжи всё своё свободное время тратят на времяпрепровождение в социальных сетях, 43,1% - проводят там несколько часов в день, 3,7 % респондентов посещают социальные сети несколько раз в неделю и 0% заходят не чаще одного раза в месяц (рисунок 5.6). Это ещё одно подтверждение того, что люди стали чаще общаются через Интернет, а не в живую.

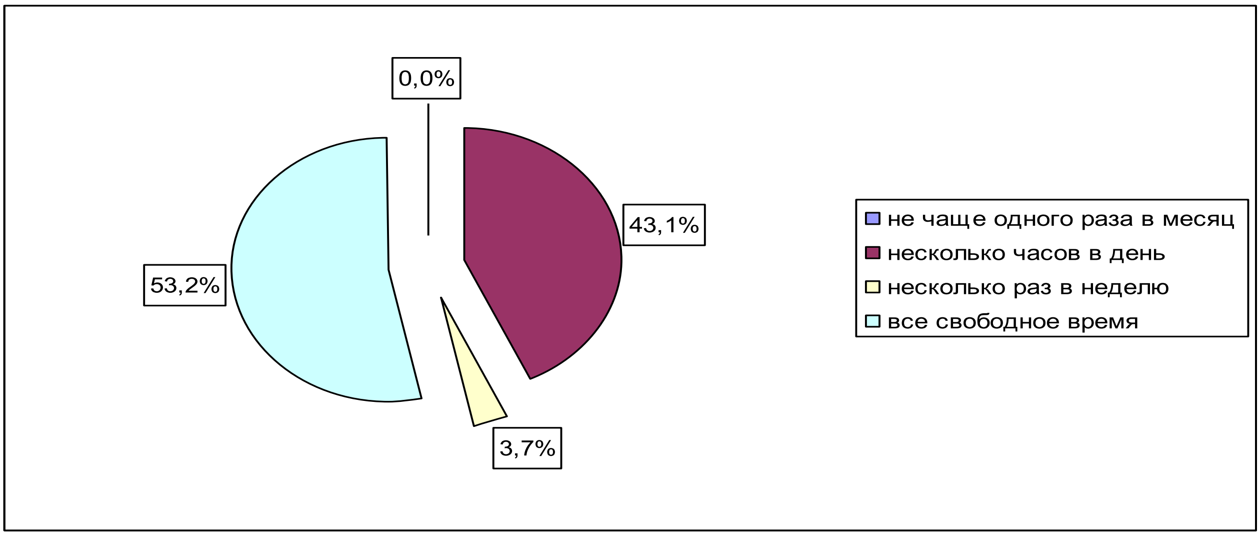


Рисунок 5.6 - Распределение ответов респондентов на вопрос: «Сколько времени Вы проводите в социальных сетях?»

По данным анкеты стало известно, что 3,7% опрошенных относятся негативно к социальным сетям, 5,6%- равнодушно, у 39,8% нормальное отношение и 50,9% нравятся социальные сети (рисунок 5.7).

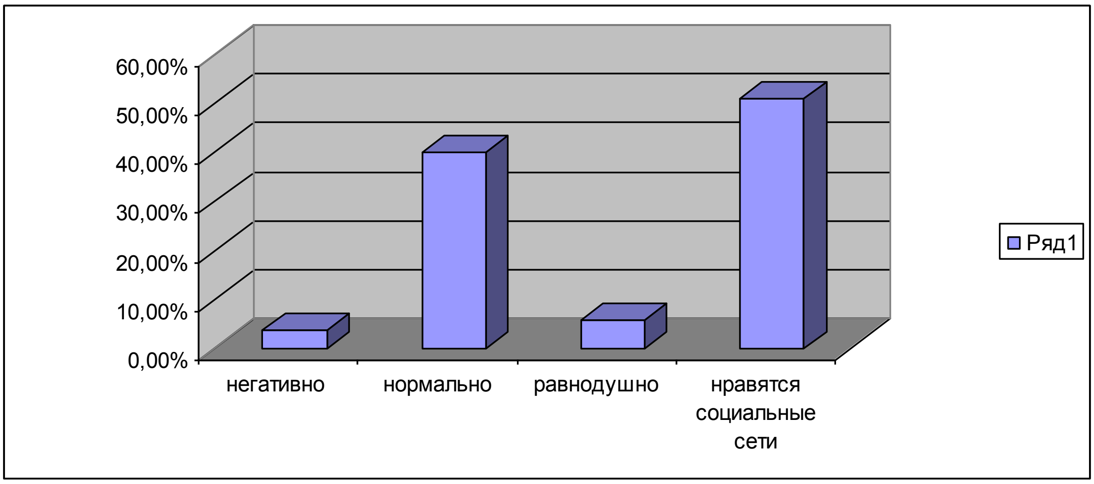


Рисунок 5.7 - Распределение ответов респондентов на вопрос: «Как вы относитесь к социальным сетям?»

Так же в результате исследования было установлено что, больше половины опрошенных 56,9% считают, что социальные сети пагубно влияют на здоровье человека, 32,9% считают что не влияют, и 10,2% воздержались от ответа (рисунок 5.8). Так же интересным является, то, что 8 человек из

123, которые думают что социальные сети пагубно влияют на здоровье человека, ответили плохо влияют на осанку человека, 54 человека считают на зрение, 26 человек – на память, 18 человек – на психику, и остальные 17 человек выбрали вариант – другое.

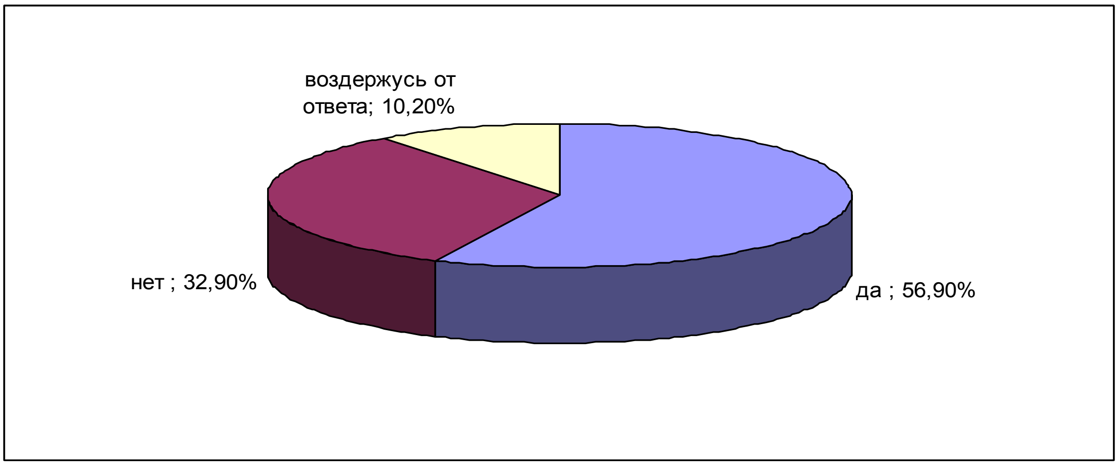


Рисунок 5.8 - Распределение ответов респондентов на вопрос: «Считаете ли вы, что социальные сети пагубно влияют на здоровье человека?»

В настоящее время социальные сети настолько прочно захватили умы посетителей Глобальной сети Интернет, что стало сложно найти человека, который хотя бы один раз не слышал о таких ресурсах, как «Одноклассники», «В контакте» и др.

Между тем подобного рода сайтов намного больше, чем может показаться. Фактически на данный момент обзавестись своей личной социальной сетью стремятся все крупные порталы, а некоторые уже сделали это. На самом деле стремление объединить людей, раскиданных временем по разным частям не только страны, но и мира, можно оценить как положительную тенденцию. Однако существует и масса негативных моментов обозначенных выше.

В результате исследования было выяснено, что самыми популярными социальными сетями среди молодёжи являются – социальная сеть «Вконтакте», 77 человек в ней зарегистрированы, «Одноклассники» - 67 человек зарегистрированы, «Мой мир» - 63 человек имеют свою страничку. Дальнейший рейтинг популярности распределился следующим образом «Facebook» 6 человек и сеть «Twitter» 2 человека. Таким образом все зарегистрированы в каких-нибудь социальных сетях, а некоторые и в нескольких (рисунок 5.9).

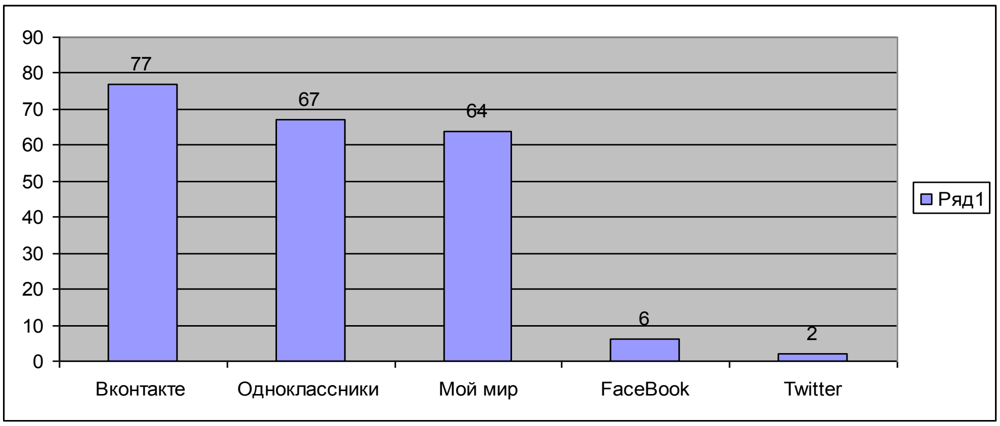


Рисунок 5.9 - Распределение ответов респондентов на вопрос: «Какой социальной сети Вы отдаете свое предпочтение?»

Так же в результате анализа было установлено, что основной целью посещения социальных сетей молодёжью является в первую очередь – просмотр видео, скачивание музыки, игр – 78 человек, на втором месте – общение с друзьями на интересующие темы – 67 человека и третье место – поиск друзей, однокурсников, одноклассников и общение с ними- 59 человек. Так же помимо этого целью посещения социальных сетей является – получение информации по учёбе от сокурсников – 6 человек, на одной позиции стоят – общение в группах по интересам и знакомство с противоположным полом по 4 респонденту. Малая часть респондентов указали, что социальные сети являются для них средством самовыражения, помогают заявить о себе и опубликовать своё творчество для широкой публики – 2человек (рисунок 5.10)

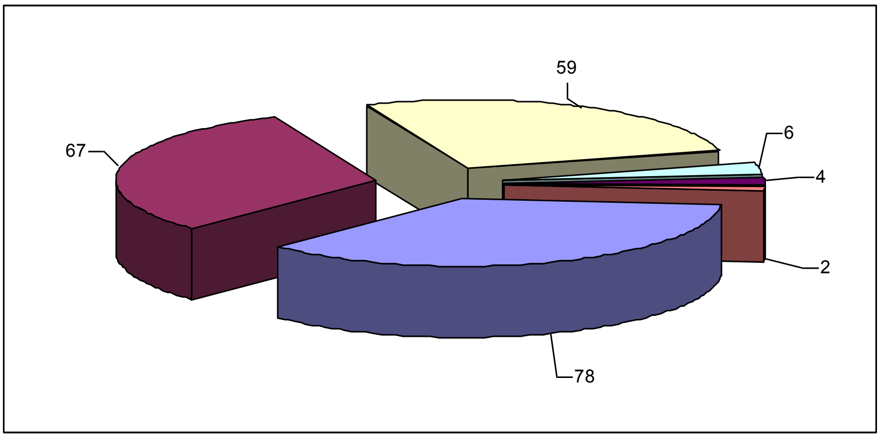


Рисунок 5.10 - Распределение ответов респондентов на вопрос: «С какой целью Вы посещаете социальные сети?»

Интересным является тот факт, что подавляющее большинство молодых людей (92 человек) ничего серьёзного не обсуждают в сети, а просто болтают с друзьями и знакомыми, это притом, что большая часть респондентов указала, что целью посещения социальных сетей для них является именно общение с друзьями на интересующие их темы. На втором месте по популярности обсуждаемых тем среди молодёжи являются – отношения между людьми (46 человек), и на третьей позиции стоят – проблемы учёбы (37человек). Так же среди часто обсуждаемых тем в социальных сетях указывались – взаимоотношения между полами – 24 человека, вопросы философского характера – 5 респондентов , вопросы моды и стиля (4 человека), вопросы культуры (2 человек), политические проблемы (устройство государства, партийную систему, политическую обстановку в стране и др.) – 1 человек, экономические вопросы (инфляция, кризис и др.) – 2 человека и 3 опрошенных респондентов указали на другие обсуждаемые темы (рисунок 5.11). Всё это говорит о том, что социальные сети молодёжи нужны не для помощи в решении каких-либо проблем, а просто для развлечения, «убивания времени» или самое страшное, что может произойти с пользователем – это, то, что со временем обычная переписка с друзьями может превратиться в патологическую зависимость. Результатом, которой может стать потеря работы и сломленная личная жизнь. Это можно проанализировать: сколько времени человек проводит в социальных сетях? (мы выяснили, что несколько часов в день), не начинает ли ему казаться что общение «вживую» неинтересное? Почему у него больше виртуальных друзей, чем реальных? Почему у пользователя все чаще возникают навязчивые мысли о проверке почты и обновлении странички? Если эти вопросы не вызывают недоумение, то человек действительно зависим. Ведь не имея, доступа к контакту такие пользователи, чувствуют себя одинокими, потерянными, оторванным от внешнего мира, испытывают чувство схожее с ломкой. Что, безусловно отражается на развитии человека, как полноценной личности, способной нормально функционировать в современном социуме.

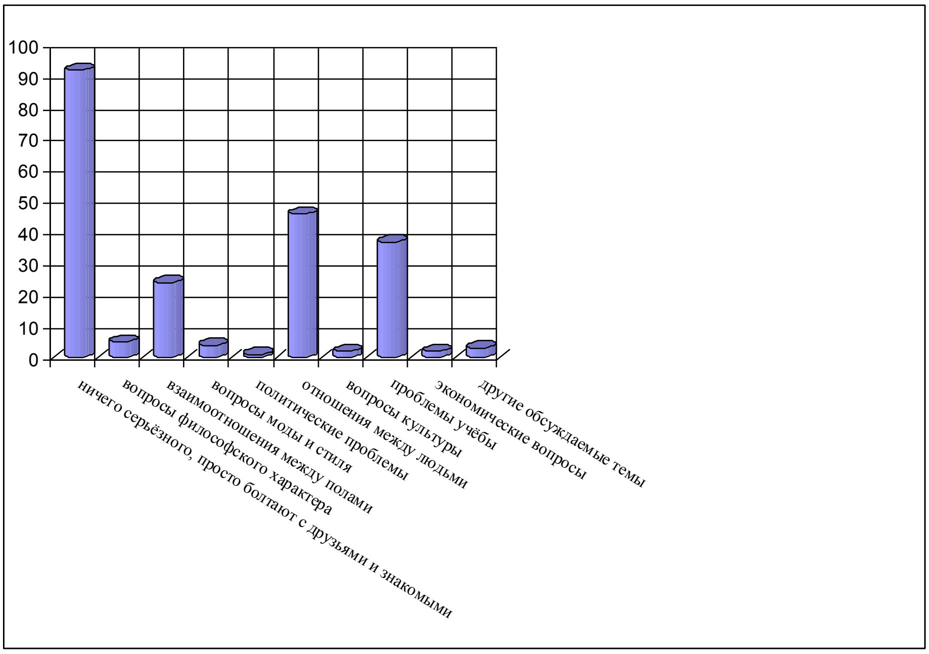


Рисунок 5.11 - Распределение ответов респондентов на вопрос: «Какие темы Вы чаще обсуждаете при общении в социальных сетях?»

Так же нас интересовало, что является наиболее ценным в виртуальном мире. В результате оказалось, в виртуальном мире тройку лидеров ценностей открывают - отношения с людьми (64 человек) . На втором месте - дружба (52человека), и замыкает тройку лидеров ценность честности – 31 респондентом. Помимо этого 20 респондентов считают, что главной ценностью в виртуальном мире является независимость и свобода, по мнению 17 опрошенного респондента это – любовь, для 12 опрошенных это социальный статус. Среди своих предложенных вариантов были – деньги (1 человек), информация (5 человек). И показательным является то, что 14 человек полагают, что в виртуальном мире ценности отсутствуют (рисунок 5.12). Подобные результаты ещё раз доказывают, что социальные сети нужны молодым людям только для развлечения и простого общения на не серьёзные темы.

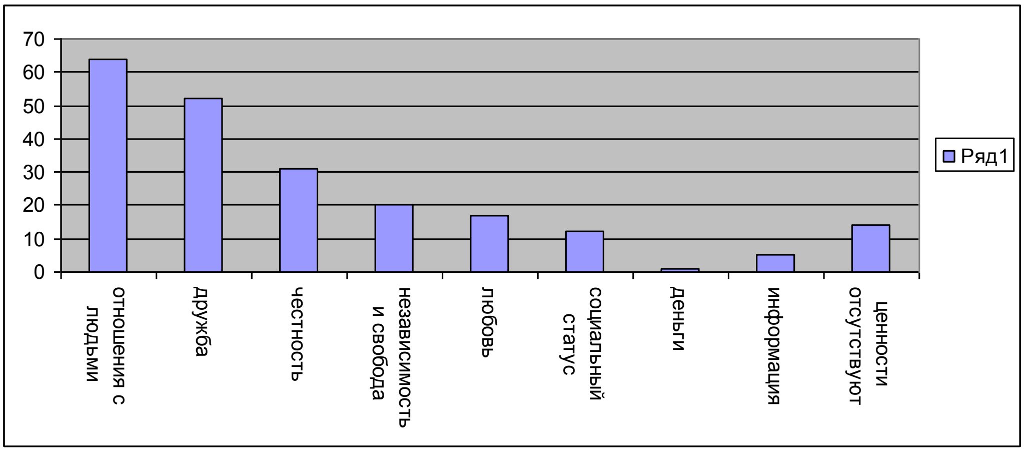


Рисунок 5.12 - Распределение ответов респондентов на вопрос: «Укажите, что для Вас является наиболее ценным в виртуальном мире?»

Ещё одним подтверждением развлекательного характера социальных сетей является то, что, несмотря, что подавляющее большинство молодёжи в первую очередь своё свободное время тратит на общение в Интернете, 64% опрошенных респондентов заявляют, что используют социальные сети лишь как развлекательный ресурс, а не как помощь в решении своих социальных проблем – 36%. (рисунок 5.13)

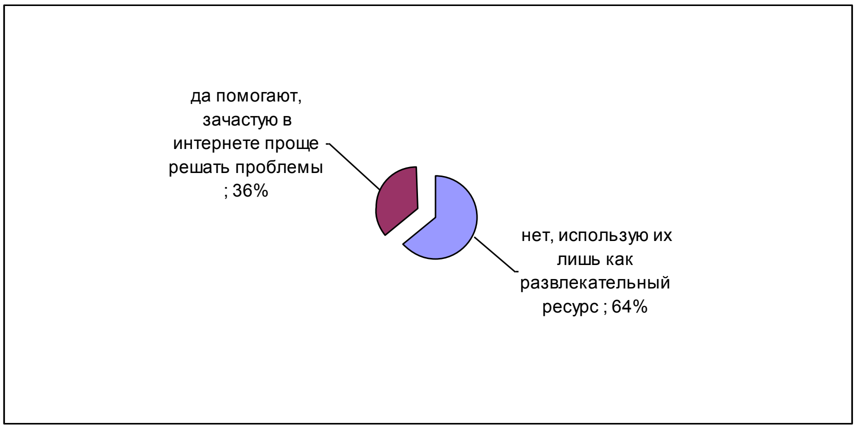


Рисунок 5.13 - Распределение ответов респондентов на вопрос: «Помогают ли Вам социальные сети в решении социальных проблем?»

Основными причинами использования социальных сетей в решении своих социальных проблем, для тех, кому они действительно помогают, являются – во-первых, вариант ответа «так проще сформулировать свои мысли» (43 человека), на втором месте – предоставленная возможность подумать, «отодвинуть во времени своё решение» и понятие того, что в виртуальности всё легче и проще, чем в реальном мире – по 32 человека и на третьей позиции располагается мнение, что в виртуальном мире можно скрыть свои эмоции – 25 человек.

Так же респонденты указывали на то, что в виртуальном мире всё проще свести к шутке – 22 человек, проще обмануть собеседника – 12 человек. Некоторые опрошенные респонденты заявили, что только в виртуальности они могут быть собой- 4 человек (рисунок 5.14). На первый взгляд кажется, что вот они плюсы общения в социальных сетях, однако если проанализировать эти результаты, то можно понять, что все эти положительные моменты быстро сводятся к негативным. Ведь всё это отрывает людей от реального общения, так необходимого для развития человека как полноценной личности. Так же это учит людей не борьбе в решении своих проблем, а путям избегания от проблемы.

Всё это может привести к такому явлению как социальный аутизм. Такие люди противится социализации. Они воспринимают мир в статике и трактуют его: предмет - это предмет и ничего более. Аутичный человек стремиться быть «рядом» с другими, а не «вместе» с другими. Дети стремятся сохранить неизменным, а значит, предсказуемым, устойчивым, мир вокруг себя. Изменение привычного стереотипа порядка жизни вызывает страхи, беспокойство и в результате - отторжение изменчивого мира. У них нет модели сознания другого человека: как тот видит, как думает и почему. У таких людей отсутствует атмосфера контакта (феномен совместного внимания). У аутистов отсутствует внутренняя система отсчета (соотношения различных явлений и предметов), для него неестественно получать удовольствие от жизни. Поэтому он не отличает состояния «хорошо» и «не хорошо». У него нет того базового состояния равновесия, к которому можно вернуться, испытав некое потрясение.

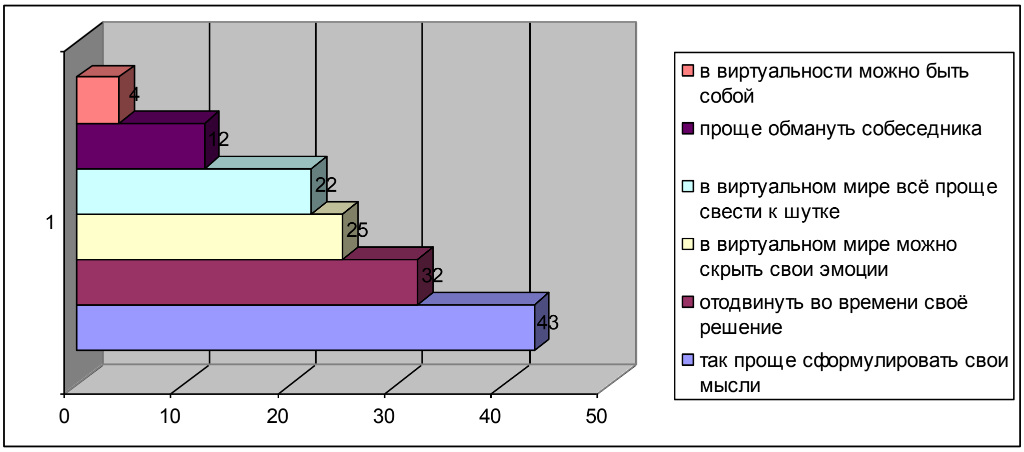


Рисунок 5.14 - Распределение ответов респондентов на вопрос: «Почему Вы используете социальные сети в решении социальных проблем?»

Так же было выявлено, что 53,3% опрошенной молодёжи считает, что информация, полученная из социальных сетей оказывает незначительное влияние на их жизненную позицию, 25,5% вообще не воспринимают всерьёз полученную из социальных сетей информацию. Однако, для 18,2% опрошенных подобная информация всё же отчасти формирует их жизненную позицию, а 3% и вовсе считают, что информация оказывает значительное влияние и полностью формирует их жизненные установки (рисунок 5.15).

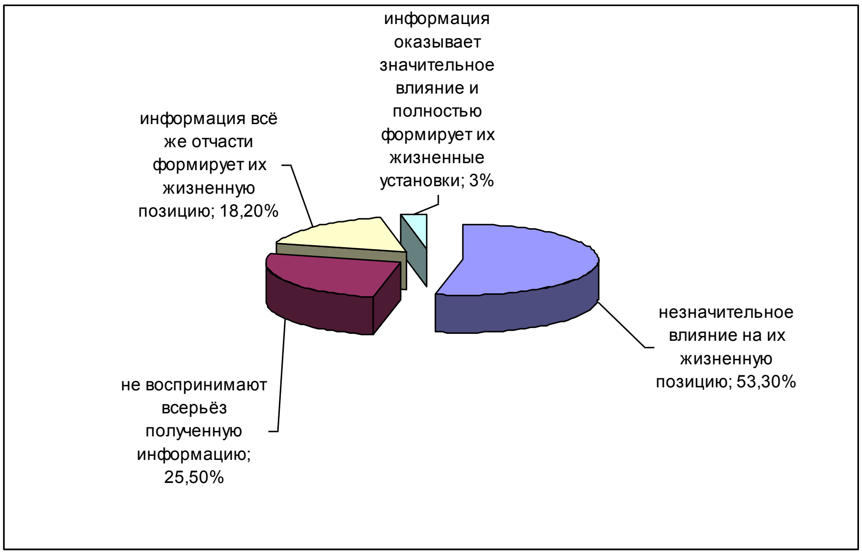


Рисунок 5.15 - Распределение ответов респондентов на вопрос: «Оцените влияние информации получаемой из социальных сетей на Вашу жизненную позицию?».

Итак, по результатам проведённого исследования можно сделать вывод, что социальные сети занимают важную часть в жизни современной молодёжи, т.к. общение в сети является для них важнее всего и именно на это они тратят всё своё свободное время. Можно сказать, что социальные сети нужны молодым людям только для развлечения, так как основной целью их посещения является - просмотр видео, скачивание музыки, игра в игры и т.д.

6 СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ

Изучение зависимости вариации признака от окружающих условий составляет содержание теории корреляции («корреляция» – соотношение, соответствие).

В действительности нетрудно заметить, что каждое явление находится в тесной связи и взаимодействует с другими явлениями.

При изучении конкретных зависимостей выделяют следующие виды признаков. Признаки, выступающие в роли факторов, обуславливающих изменение других признаков, называются факторными, а признаки, испытывающие воздействие – результативными.

Рассматривая зависимости между признаками, выделяют следующие категории связей:

1) функциональные связи (взаимооднозначные), где каждому значению фактора соответствует одно или несколько определенных значений результативного признака;

2) корреляционные связи, где между изменением факторного и результативного признака нет полного соответствия, влияние отдельных факторов проявляется лишь в среднем при массовом наблюдении факторов.

Сравнивая между собой функциональные и корреляционные связи отметим, что при наличии функциональной зависимости между признаками, зная величину факторного признака можно точно определить величину результативного признака, при наличии корреляционной: с изменением величины факторного признака меняется средняя величина результативного признака.

В обосновании связей решающая роль принадлежит экономической теории. Статистика же дает количественную оценку этой зависимости.

Условия применения корреляционно-регрессивного анализа:

- требование наблюдений (в массе единиц происходят взаимопогашения действия случайных факторов);
- требования однородности единиц (однотипные предприятия, по которым изучаются технико-экономические показатели).

Проведение корреляционно-регрессивного анализа имеет две основные цели:

1) измерение параметров уравнения, выражающего связь средних значений зависимой переменной со значениями независимой переменной;
2) измерение тесноты связи признаков между собой.

Существуют следующие методы выявления наличия корреляционной связи:

1) Сопоставление двух параллельных рядов – ряда значений факторного признака и соответствующих ему значений результативного признака.

Значения факторного признака располагают в возрастающем порядке и затем прослеживают направление изменения величины результативного признака.

Если с возрастанием величины факторного признака ведет к возрастанию результативного признака, то можно предположить прямую корреляционную связь;

Если с возрастанием факторного признака наблюдается убывание результативного признака, то можно предположить обратную связь между признаками.

2) Построение аналитической группировки, где все наблюдения разбиваются на группы по величине факторного признака, и по каждой группе вычисляется среднее значение результативного признака.

Предполагается, что все прочие причины, если они носят случайный характер, при определении средней по группам взаимопогашаются, т.е. дают в каждой группе один и тот же результат. Недостаток: неоднозначность результатов, которые зависят как от числа выделенных групп, так и от установления границ интервалов.

3) Графический метод

Для предварительного выявления наличия связи и раскрытия ее характера применяют графический метод. Используются данные о индивидуальных значения факторного признака и соответствующих ему значений результативного признака, можно построить точечный график, называемый полем корреляции. Точки корреляционного поля не лежат на одной линии, но вытянуты в определенном положении. Далее материал был сгруппирован, по каждому интервалу были определены значения средней. Соединив, получили эмпирическую линию связи, которая приближается к прямой, мы можем предположить наличие прямой корреляционной связи;

4) корреляционная таблица.

Задачи корреляционно-регрессионного анализа:

1. Выделение важных факторов, влияющих на результативный признак, на базе мер тесноты связи факторов с результативным признаком.
2. Оценка уравнения регрессии, где в качестве результативного признака выступает признак, являющийся следствием других признаков – причин.
3. Прогнозирование возможных значений результативного признака при задаваемых значениях факторных признаков. В уравнение подставляется планируемые значения факторных признаков и вычисляются ожидаемые значения результативного признака.

При рассмотрении количественных переменных основное внимание уделяется линейным связям.

При функциональной связи изменение результативного признака y всецело обусловлено действием факторного признака x: $y = f(x)$.

При корреляционной связи изменение результативного признака y обусловлено влиянием факторного признака x не всецело, а лишь частично, так как возможно влияние прочих факторов e: $y = \psi(x) + e$.

Характерной особенностью функциональной связи является то, что она проявляется с одинаковой силой у каждой единицы изучаемой совокупности. Иное дело при корреляционных связях. Здесь при одном и том же значении учтенного факторного признака возможны различные значения результативного признака. Это обусловлено наличием других факторов, которые могут быть различными по составу, направлению и силе действия на отдельные индивидуальные единицы статистической совокупности. Поэтому для изучаемой статистической совокупности в целом здесь устанавливается такое соотношение, в котором определенному изменению факторного признака соответствует среднее изменение признака результативного.

Следовательно, характерной особенностью корреляционных связей является то, что они проявляются не в единичных случаях, а в массе. Поэтому изучаются корреляционные связи по так называемым эмпирическим данным, полученным в статистическом наблюдении. В таких данных отображается совокупное действие всех причин и условий на изучаемый показатель.

Наиболее разработанной в теории статистики является методология так называемой парной корреляции, рассматривающая влияние вариации факторного признака x на результативный y.

Решение математических уравнений связи предполагает вычисление по исходным данным их параметров. Это осуществляется способом выравнивания эмпирических данных методом наименьших квадратов. В основу этого метода положено требование минимальности сумм квадратов отклонений эмпирических данных y_i от выровненных y_{xi}:

$$\sum (y_i - y_{x_i})^2 = \min . \qquad (6.1)$$

По проверенным на типичность параметрам уравнения регрессии производится построение математической модели связи. При этом параметры примененной в анализе математической функции получают соответствующие количественные значения.

Для статистической оценки тесноты связи между признаками x и y применяются следующие показатели вариации:

1) общая дисперсия результативного признака, отображающая совокупное влияние всех факторов:

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n}; \qquad (6.2)$$

2) факторная дисперсия результативного признака отображающая вариацию y только от воздействия изучаемого фактора x:

$$\sigma_{y_x}^2 = \frac{\sum (y_{x_i} - \bar{y})^2}{n}; \qquad (6.3)$$

3) остаточная дисперсия отображающая вариацию результативного признака у от всех прочих, кроме х, факторов:

$$\sigma_{\varepsilon}^{2}=\frac{\sum(y_i-y_{x_i})^2}{n}; \qquad (6.4)$$

Соотношение между факторной и общей дисперсиями характеризует меру тесноты связи между признаками х и у:

$$\frac{\sigma_{y_x}^{2}}{\sigma_{y}^{2}}=R^2. \qquad (6.5)$$

Показатель R^2 называется индексом детерминации. Он выражает долю факторной дисперсии, т. е. характеризует, какая часть общей вариации результативного признака у объясняется изучаемым фактором х.

Коэффициент детерминации используется для количественного определения характеристики, связывающей две переменные. Дает пропорцию общего изменения одной переменной (Y), которую можно объяснить изменением второй переменной (X). Иногда R^2 =1, но при этом связь отсутствует, поскольку X и Y связаны с третьей переменной (X_2).Индекс корреляции R определяется по формуле:

$$R=\sqrt{\frac{\sigma_{y_x}^{2}}{\sigma_{y}^{2}}}=\sqrt{\frac{\sigma_{y}^{2}-\sigma_{\varepsilon}^{2}}{\sigma_{y}^{2}}}=\sqrt{1-\frac{\sigma_{\varepsilon}^{2}}{\sigma_{y}^{2}}}. \qquad (6.6)$$

При прямолинейной форме связи показатель тесноты связи определяется по формуле линейного коэффициента корреляции r:

$$r=\frac{\sum xy-\frac{\Sigma x\Sigma y}{n}}{\sqrt{\left[\sum x^2-\frac{(\Sigma x)^2}{n}\right]\left[\sum y^2-\frac{(\Sigma y)^2}{n}\right]}}=\frac{\sum(x_i-\bar{x})\cdot(y_i-\bar{y})}{n\cdot\sigma_{x\cdot}\cdot\sigma_y}=\frac{\overline{\mathrm{xy}}-\bar{\mathrm{x}}\cdot\bar{\mathrm{y}}}{\sigma_{\mathrm{x}}\cdot\sigma_y} \qquad (6.7)$$

По абсолютной величине линейный коэффициент корреляции r равен индексу корреляции R только при прямолинейной связи.

Для получения выводов о практической значимости синтезированных в анализе моделей показаниям тесноты связи дается качественная оценка. Это осуществляется на основе шкалы Чеддока (таблица 6.1).

Таблица 6.1- Шкала Чеддока

Показания тесноты связи	0,1–0,3	0,3–0,5	0,5–0,7	0,7–0,9	0,9–0,99
Характеристика силы связи	слабая	умеренная	заметная	высокая	весьма высокая

При значениях показателей тесноты связи, превышающих 0,7 зависимость результативного признака у от факторного х является высокой, а при значениях более 0,9 – весьма высокой. Это означает, что более половины общей вариации результативного признака у объясняется влиянием изучаемого фактора х. Последнее позволяет считать оправданным применение метода функционального анализа для изучения корреляционной связи, а синтезированные при этом математические модели признаются пригодными для их практического использования.

При показаниях тесноты связи ниже 0,7 величина индекса детерминации R всегда будет меньше 50%. Это означает, что на долю вариации факторного признака x приходится меньшая часть по сравнению с прочими признаками, влияющими на изменение общей дисперсии результативного признака. Синтезированные при таких условиях математические модели связи практического значения не имеют.

Значимые величины коэффициента корреляции (R) зависят от объёма выборки (N) и заданной вероятности получения результата. Для оценки значимости R можно использовать следующую шкалу (для вероятности 95%) (таблица 6.2).

Таблица 6.2 – Шкала оценки значимости R (для вероятности 95%)

Объём выборки, ед.	3	4	5	10	15	20	50	100
Значение R	0,997	0,95	0,878	0,632	0,51	0,44	0,35	0,19

Если R=0,3–0,5 - его трудно истолковать, и требуется проведение дополнительных исследований.

Показатели вариации результативного признака используются и при выборе наиболее соответствующего эмпирическим данным уравнения регрессии. В изучении корреляционной связи это наиболее важный и ответственный этап анализа. Именно от адекватности примененного уравнения регрессии зависит правильность выводов корреляционно-регрессионного анализа.

Прямолинейная форма зависимости между признаками x и y выражается уравнением

$$y = a_o + a_1x.$$

Для определения параметров уравнения на основе требований метода наименьших квадратов составляется система нормальных уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum x = \sum y; \\ a_0\sum x + a_1\sum x^2 = \sum xy \end{cases}$$

Решение системы: $a_1 = \dfrac{\sum[(x-\bar{x})\times(y-\bar{y})]}{\sum(x-\bar{x})}$, $a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}$

При использовании уравнения параболы $y = a_0 + a_1x + a_2x^2$ параметры уравнения вычисляются путем решения системы трех нормальных уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1\Sigma x + a_2\Sigma x^2 = \Sigma y \\ a_0\Sigma x + a_1\Sigma x^2 + a_2\Sigma x^3 = \Sigma yx \\ a_0\Sigma x^2 + a_1\Sigma x^3 + a_2\Sigma x^4 = \Sigma yx^2 \end{cases}$$

При использовании уравнения показательной (экспоненциальной) функции $y = a_0 \times a_1^t$ параметры уравнения вычисляются путем решения системы нормальных уравнений:

$$\begin{cases} n \times \lg a_0 + \lg a_1 \Sigma x = \Sigma \lg y \\ \lg a_0 \Sigma x + \lg a_1 \Sigma x^2 = \Sigma x \lg y \end{cases}$$

При статическом анализе криволинейной связи часто применяется полулогарифмическая функция: $y_x = a_o + a_1 \lg x$.

Параметры уравнения определяется из системы уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum \lg x = \sum y; \\ a_0 \sum \lg x + a_1 \sum (\lg x)^2 = \sum y \cdot \lg x \end{cases}$$

На практике часто приходится исследовать зависимость результативного признака от нескольких факторных признаков. В этом случае статистическая модель может быть представлена уравнением регрессии с несколькими переменными величинами. Такая регрессия называется множественной.

F-критерий - это оценивание качества уравнения регрессии, которое состоит в проверке гипотезы H_0 о статистической <u>незначимости</u> уравнения регрессии и <u>показателя тесноты связи</u>. Для этого производится сравнение фактического $F_{факт}$ и $F_{табл}$ значений F критерия Фишера-Снедекора. $F_{факт}$ определяется из соотношения значений факторной и остаточной дисперсий, рассчитанных на одну степень свободы.

$F_{табл}$ - это максимальная величина отношения дисперсий, которая может иметь место при случайном их расхождении для данного уровня вероятности.

$$F_{факт} = \frac{\sum (y_x - \bar{y})^2 / m}{\sum (y - y_x)^2 / (n - m - 1)} = \frac{r_{xy}^2}{1 - r_{xy}^2} (n-2), \quad m = 1. \qquad (6.8)$$

$F_{табл}$- это максимально возможное значение критерия под влиянием случайных факторов при данных степенях свободы и уровне значимости α. Уровень значимости α- это вероятность отвергнуть правильную гипотезу при условии, что она верна. Обычно $\alpha = 0{,}05$ $(0{,}01)$.

Если $F_{табл} < F_{факт}$, то H_0- гипотеза о случайной природе оцениваемых характеристик отклоняется и признается их статистическая значимость и надежность.

Если $F_{табл} > F_{факт}$, то H_0- гипотеза не отклоняется и признается статистическая незначимость, ненадежность уравнения регрессии.

Например, линейная регрессия с т независимыми переменными имеет вид:

$$\tilde{y}_i = a_0 \times x_0 + a_1 \times x_1 + a_2 \times x_2 + \ldots + a_m \times x_m.$$

При анализе экономических явлений множественная регрессия и корреляция применяются одновременно. С помощью регрессии определяется форма связи и оцениваются параметры регрессионной модели. Посредством корреляционного анализа определяется сила связи между факторами.

Для изучения основных задач и особенностей корреляционного анализа удобно рассматривать генеральную совокупность 3-х признаков.

Рассмотрим случай трех признаков $X=(x_1, x_2, x_3)$, (p=3). Будем предполагать, что поведение многомерного вектора X описывается нормальным законом распределения, т.е. плотность совместного распределения одномерных случайных величин x_1, x_2, x_3 задается в виде:

$$p(x_1,x_2,x_3)=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\sigma_{x_1}^2\sigma_{x_2}^2\sigma_{x_3}^2\det(R)}}e^{-0,5z^TR^{-1}z}$$

где R — симметрическая положительно определенная матрица парных коэффициентов корреляции, а det(R) — определитель этой матрицы (обобщенная дисперсия случайной величины X), т.е.

$$R=\begin{bmatrix}1 & r_{x_1x_2} & r_{x_1x_3}\\ r_{x_2x_1} & 1 & r_{x_2x_3}\\ r_{x_3x_1} & r_{x_3x_2} & 1\end{bmatrix} \text{ и}$$

$$|R|=\det R=1+2r_{12}r_{13}r_{23}-r_{13}^2-r_{23}^2-r_{12}^2>0$$

R^{-1} — матрица, обратная к R.

z - обозначен вектор значений нормированных случайных величин x_1, x_2, x_3.

$$z=\begin{bmatrix}\dfrac{x_1-\mu_{x_1}}{\sigma_{x_1}}\\[2ex] \dfrac{x_2-\mu_{x_2}}{\sigma_{x_2}}\\[2ex] \dfrac{x_3-\mu_{x_3}}{\sigma_{x_3}}\end{bmatrix}$$

Таким образом, имеется трехмерная нормально распределенная случайная величина, которая определяется девятью параметрами: μ_{x1}, μ_{x2}, μ_{x3}, $\sigma_{x_1}^2$, $\sigma_{x_2}^2$, $\sigma_{x_3}^2$, $r_{x_1x_2}$, $r_{x_1x_3}$, $r_{x_2x_3}$.

Распределения одномерных x_1 , x_2, x_3, двумерных (x_1, x_2), (x_1, x_3), (x_2, x_3), условные распределения при фиксировании одной из переменных $(x_1, x_2)|x_3$, $(x_1, x_3)|x_2$, $(x_2, x_3)|x_1$ и двух $x_1|x_2x_3$, $x_2|x_1x_3$, $x_3|x_1x_2$ являются нормальными.

Базовым инструментом измерения линейной связи между признаками является парный коэффициент корреляции.

Парный коэффициент корреляции характеризует тесноту линейной зависимости между двумя переменными на фоне действия всех остальных показателей, входящих в модель.

$$r_{jl} = \frac{1/n\sum_{i=1}^{n}(x_{ij}-\bar{x}_j)(x_{il}-\bar{x}_l)}{\sigma_j \cdot \sigma_l}, \ -1 \le r_{jl} \le 1. \qquad (6.9)$$

Если r_{jl} близок к ±1, то связь между переменными сильная, если r_{jl} =0 – линейная связь отсутствует.

$r_{jl} > 0$ – связь между переменными прямая;

$r_{jl} < 0$ – связь обратная.

Для многомерной корреляционной модели важную роль играют частные и множественные коэффициенты корреляции, детерминации (квадраты соответствующих коэффициентов корреляции).

Частный коэффициент корреляции между x_1 и x_2 *k-2-го порядка* при фиксированном воздействии переменной x_3 может быть определен по следующей формуле:

$$r_{x_1x_2}(x_3) = \frac{-R_{12}}{\sqrt{R_{11}R_{22}}} = \frac{r_{12} - r_{13}r_{23}}{\sqrt{(1-r_{13}^2)(1-r_{23}^2)}} \qquad (6.10)$$

R_{ij} — алгебраическое дополнение матрицы R к элементу r_{ij},

Остальные частные коэффициенты определяются аналогично, путем замены соответствующих индексов.

$$r_{yx_j}(x_1,...,x_{j-1},x_{j+1},...,x_k) = r_{yx_j/1,...,j-1,j+1,...k} = \sqrt{1 - \frac{1-R^2_{yx_1...x_k}}{R^2_{yx_1...x_{j-1},x_{j+1}...x_k}}}\ , \qquad (6.11)$$

$R^2_{yx_1...x_k}$ - множественный коэффициент детерминации всего комплекса *k* факторов с результатом;

$R^2_{yx_1...x_{j-1},x_{j+1,...}x_k}$ - тот же показатель детерминации, но без введения в модель фактора x_j.

Порядок частного коэффициента корреляции определяется количеством факторов, влияние которых исключается. В практических исследованиях предпочтение отдают показателям частной корреляции самого высокого порядка.

Частный коэффициент корреляции показывает тесноту линейной связи между двумя переменными независимо от влияния остальных случайных величин. Обладает всеми свойствами парного коэффициента корреляции.

Если частный коэффициент корреляции меньше парного, т.е. $r_{x_1x_2}(x_3) < r_{x_1x_2}$, то взаимодействие между x_1 и x_2 обусловлено частично (или полностью, если $r_{x_1x_2}(x_3) = 0$) воздействием фиксируемых прочих переменных, т.е. - x_3. Если частный коэффициент корреляции $r_{x_1x_2}(x_3) > r_{x_1x_2}$, то фиксируемые прочие переменные ослабляют линейную связь.

Корреляционная матрица не в полной мере отражает связи признака с множеством переменных.

Множественный коэффициент корреляции является мерой связи между одной переменной и другими (остальными), входящими в модель, и может быть рассчитан по формуле:

$$r_{x_3}=r_{x_3}(x_1x_2)=\sqrt{1-\frac{\det R}{R_{33}}}=\sqrt{\frac{r_{31}^2+r_{32}^2-2r_{12}r_{31}r_{32}}{1-r_{12}^2}}\,; \tag{6.12}$$

$$r_y=r_y(x_1,x_2,...,x_k)=\sqrt{1-\frac{\det R}{R_{yy}}}\,. \tag{6.13}$$

Если $r_{X_3}=1$, то связь между x_3 и двумерной переменной (x_1, x_2) является функциональной, линейной. Если $r_{x_3}=0$, то; линейной связи нет.

Из формулы r_{x_3} следует, что $r_3>|r_{31}|$, $r_3>|r_{32}|$, $r_3>|r_{31|2}|$, $r_3>|r_{32|1}|$.

Отсюда можно заметить, что коэффициент множественной корреляции может только увеличиваться, если в модель включать дополнительные признаки – случайные величины, и не увеличиться, если из имеющихся признаков производить исключение.

Если $r_3=0$, то $r_{31}=r_{32}=r_{31|2}=r_{32|1}=0$.

Наибольшему множественному коэффициенту детерминации соответствуют большие частные коэффициенты детерминации (например, r_1^2 соответствуют $r_{12|3}^2$ и $r_{13|2}^2$)

Множественный коэффициент детерминации (квадрат соответствующего множественного коэффициента корреляции) показывает долю дисперсии, например, случайной величины x_3, обусловленную изменением случайных величин x_1 и x_2.

Уравнение нелинейной регрессии, так же как и в линейной зависимости, дополняется показателем корреляции, а именно индексом корреляции (R):

$$R=\sqrt{1-\frac{\sum\left(y-\tilde{y}_x\right)^2}{\sum\left(y-\bar{y}\right)^2}} \tag{6.14}$$

Величина данного показателя находится в границах: $0\le R\le 1$, чем ближе к единице, тем теснее связь рассматриваемых признаков, тем более надежно найденное уравнение регрессии.

Парабола второй степени, как и полином более высокого порядка, при линеаризации принимает вид уравнения множественной регрессии. Если же нелинейное относительно объясняемой переменной уравнение регрессии при линеаризации принимает форму линейного уравнения парной регрессии, то для оценки тесноты связи может быть использован линейный коэффициент корреляции, величина которого в этом случае совпадет с индексом корреляции $R_{yx}=r_{yz}$, где z - преобразованная величина признака-фактора, например $z=\frac{1}{x}$ или $z=\ln x$.

Иначе обстоит дело, когда преобразования уравнения в линейную форму связаны с зависимой переменной. В этом случае линейный коэффициент корреляции по преобразованным значениям признаков дает лишь приближенную оценку тесноты связи и численно не совпадает с индексом корреляции. Так, для степенной функции $\tilde{y}_x = a \cdot x^b \cdot \varepsilon$ после перехода к логарифмически линейному уравнению $\ln y = \ln a + b \ln x + \ln \varepsilon$ может быть найден линейный коэффициент корреляции не для фактических значений переменных *x* и *y,* а для их логарифмов, т. е. $r_{\ln y \ln x}$. Соответственно квадрат его значения будет характеризовать отношение факторной суммы квадратов отклонений к общей, но не для *y,* а для его логарифмов:

$$r^2_{\ln y \ln x} = \frac{\sum(\ln \tilde{y} - \overline{\ln y})^2}{\sum\left(\ln y - \overline{\ln y}\right)^2} = 1 - \frac{\sum(\ln y - \ln \tilde{y})^2}{\sum\left(\ln y - \overline{\ln y}\right)^2} \qquad (6.15)$$

Поскольку в расчете индекса корреляции используется соотношение факторной и общей суммы квадратов отклонений, то R^2 имеет тот же смысл, что и коэффициент детерминации. В специальных исследованиях величину R^2 для нелинейных связей называют индексом детерминации.

Оценка существенности индекса корреляции проводится, так же как и оценка надежности коэффициента корреляции.

Индекс детерминации используется для проверки существенности в целом уравнения нелинейной регрессии по F-критерию Фишера:

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m}{m - 1} \qquad (6.16)$$

где R^2 - индекс детерминации;

n - число наблюдений;

m — число параметров.

Величина (*m*-1*)* характеризует число степеней свободы для факторной суммы квадратов, а *(n* - *m*) — число степеней свободы для остаточной суммы квадратов.

Оценку качества построенной модели можно определить через <u>коэффициент (индекс) детерминации</u>, а также с помощью <u>средней ошибки аппроксимации</u>.

Средняя ошибка аппроксимации - среднее отклонение расчетных значений от фактических в процентах:

$$\overline{A} = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - y_x}{y} \right| \cdot 100\% . \qquad (6.17)$$

Предел значений $A \le 0.08 - 0.1 \ (8 - 10\%)$ считаем допустимым при построении модели.

Средний коэффициент эластичности $\overline{Э}$ показывает, на сколько % в среднем по совокупности изменится результат y от своей средней величины при изменении фактора x на 1% от своего среднего значения

$$\overline{Э} = f'(x) \frac{\overline{x}}{\overline{y}} \ \Rightarrow \ \overline{Э} \cdot \overline{y} = f'(x) \cdot \overline{x} \qquad (6.18)$$

f'- характеризует соотношение прироста результата и фактора для соответствующей формы связи.

Т.к., коэффициент Э не всегда const, то используем среднее значение - $\overline{Э}$.

В таблице 6.3 представлены формулы эластичности для наиболее употребительных функций.

Таблица 6.3 - Коэффициенты эластичности для ряда математических функций

Вид функции, $\tilde{y}_x$	Первая производная, $f'(x)$	Коэффициент эластичности, $Э = f'(x)\frac{x}{y}$
Линейная $y = a + bx$	b	$Э = \frac{bx}{a + bx}$
Параболическая $y = a + bx + cx^2$	$b + 2cx$	$Э = \frac{(b + 2cx)x}{a + bx + cx^2}$
Гипербола $y = a + \frac{b}{x}$	$-\frac{b}{x^2}$	$Э = \frac{-b}{a + bx}$
Показательная $y = ab^x$	$\ln b \cdot a \cdot b^x$	$x \ln b$
Степенная $y = ax^b$	$a \cdot b \cdot x^{b-1}$	b
Логарифмическая $y = a + b\ln x$	$\frac{b}{x}$	$\frac{b}{a + b\ln x}$
Обратная $y = \frac{1}{a + bx}$	$\frac{-b}{(a + bx)^2}$	$\frac{-bx}{a + bx}$

Иногда коэффициент Э экономического смысла не имеет. Это происходит тогда, когда для рассматриваемых признаков бессмысленно определение изменения значений в процентах. Например, изменение роста заработной платы с ростом стажа работы на 1%.

Если линеаризация не затрагивает зависимую переменную, например $z = \ln x,\ z = \frac{1}{x}$, то требование МНК: $\sum (y - y_x)^2 \to \min$ выполнимо, то $r_{xy} = \rho_{xy}$ (коэффициент корреляции совпадает с индексом корреляции), в этом легко убедиться.

Пример 6.1. Корреляционно - регрессионный анализ инвестиций в строительство в регионе

На уровень инвестиций в строительство влияет большое количество факторов. Попробуем изучить взаимосвязь величины уровень инвестиций в строительство и других экономических явлений, происходящих в

Оренбургской области. В корреляционно-регрессионном анализе можно устранить воздействие какого-либо фактора, если зафиксировать воздействие этого фактора на результат и другие, включенные в модель факторы. Данный прием широко применяется в анализе временных рядов, когда тенденция фиксируется через включение фактора времени в модель в качестве независимой переменной.

Для проведения корреляционно-регрессионного анализа используем следующие факторные признаки:

X1 – количество строительных организаций;

X2 – среднесписочная численность работников строительных организаций, тыс.тыс.руб.;

X3 – среднемесячная номинальная начисленная заработная плата работников занятых на строительстве зданий и сооружений;

X4 – средний уровень использования производственных мощностей строительных организаций, %;

X5 – число убыточных строительных организаций, % от общего числа организаций;

X6 – материальные затраты на производство строительных работ, в % к итогу всех затрат;

X7 – задолженность заказчиков за выполненные объемы работ, в % от общей задолженности;

X8 – сальдированный финансовый результат.

Параметры модели с включением фактора времени оцениваются с помощью обычного метода наименьших квадратов (МНК).

С помощью ПК получаем матрицу парных коэффициентов, на основании которых необходимо сделать вывод о факторах, которые могут быть включены в модель множественной регрессии (таблица 6.4). Корреляционная матрица получена с помощью табличного редактора Excel XP в пакете анализа.

Таблица 6.4 – Корреляционная матрица влияния факторов на уровень инвестиций в строительство Оренбургской области

	y	*X1*	*X2*	*X3*	*X4*	*X5*	*X6*	*X7*	*X8*
У	1								
X1	**0,784196**	1							
X2	**0,740948**	0,472513	1						
X3	0,170823	0,20517	0,0347	1					
X4	**-0,57755**	-0,16364	-0,42623	-0,21985	1				
X5	-0,15388	-0,27971	-0,35876	0,479488	-0,20222	1			
X6	-0,11082	-0,74114	-0,51858	0,163678	-0,97561	0,446238	1		
X7	-0,3984	0,115731	-0,12415	-0,15768	0,78703	-0,42972	-0,9336	1	
X8	**-0,79397**	-0,7641	-0,84743	0,038866	0,410725	0,532786	0,816379	-0,01735	1

Из корреляционной матрицы видна достаточно сильная взаимосвязь между результативным (У) и факторными признаками (Х1, Х2, Х4, Х8). Связь очень сильная.

ВЫВОД ИТОГОВ

Регрессионная статистика	
Множественный R	0,910875
R-квадрат	0,829692
Нормированный R-квадрат	0,772923
Стандартная ошибка	1451,887
Наблюдения	17

Дисперсионный анализ

	df	*SS*	*MS*	*F*
Регрессия	4	1,23E+08	30808467	14,61519
Остаток	12	25295703	2107975	
Итого	16	1,49E+08		

	Коэффициенты	*Стандартная ошибка*	*t-статистика*	*P-Значение*
Y-пересечение	-17383,7	12756,71	-2,36271	0,00198001
X1	59,13016	16,01317	3,692595	0,00003077
X2	272,278	189,9122	3,433704	0,00177196
X4	-5,55431	1,960663	-2,83287	0,00015095
X8	171,312	241,8665	2,70829	0,00492294

Нижние 95%	*Верхние 95%*	*Нижние 95,0%*	*Верхние 95,0%*
-45178,2	10410,8	-45178,2	10410,8
24,24046	94,01987	24,24046	94,01987
-141,505	686,0612	-141,505	686,0612
-9,82623	-1,28239	-9,82623	-1,28239
-698,294	355,6697	-698,294	355,6697

Проведем регрессионный анализ. По результатам регрессионного анализа получено следующее уравнение регрессии:

$$\acute{o} = -17383{,}73 + 59{,}13\cdot\tilde{o}_1 + 272{,}3\cdot\tilde{o}_2 + 5{,}55\cdot\tilde{o}_4 + 171{,}3\cdot\tilde{o}_8 \qquad (6.19)$$

(-2,36) (3,69) (3,43) (-2,83) (0,70)

В скобках указаны значения t-критерия Стьюдента.

В результате построения уравнения регрессии получили следующие результаты (таблица 6.5).

Таблица 6.5 – Результаты построения регрессии

Показатели	Значения
Коэффициент корреляции R	0,910
Коэффициент детерминации R^2	0,829
Скорректированный коэффициент детерминации R^2	0,773
Фактическое значении F-критерия Фишера	14,61
Табличное значении F-критерия Фишера	2,79
Стандартная ошибка	5,11

Множественный коэффициент регрессии равен 0,910. Это свидетельствует о высокой связи между признаками. Коэффициент детерминации – равен 0,829, следовательно, 82,9% вариации уровня инвестиций в строительство Оренбургской области обусловлено факторами, включенными в модель (6.19).

Анализ полученного уравнения позволяет сделать выводы о том, что с ростом количества строительных организаций – уровень инвестиций в строительство возрастает на 59,13 тыс.руб., с ростом среднесписочной численности работников строительных организаций Оренбургской области на 1 тыс.руб. - уровень инвестиций в строительство увеличивается на 272,3 тыс.руб., с ростом среднего уровня использования производственных мощностей строительных организаций на 1% - уровень инвестиций в строительство увеличивается на 5,55 тыс.тыс.руб., с ростом сальдированного финансового результата на 1 млн.руб. - уровень инвестиций в строительство увеличивается на 171,3 тыс.руб.

Проверка адекватности модели, построенной на основе уравнений регрессии, начинается с проверки значимости каждого коэффициента регрессии. Значимость коэффициента регрессии осуществляется с помощью t-критерия Стьюдента:

$$t_{расч} = \frac{|a_i|}{\sigma_{a_i}} \tag{6.20}$$

Параметры уравнения все значимы, кроме параметра при факторе времени, так как их расчетные значения меньше табличных ($t_{табличное} = 2{,}02$, уровень значимости = 0,05, $t_{расч} \rangle t_{таблич}$)

Проверка адекватности всей модели осуществляется с помощью расчета F-критерия. Если $F_р > F_т$ при $\alpha = 0{,}05$, то модель в целом адекватна изучаемому явлению.

$$F_{расч} = 14{,}61 \quad F_{табл} = 2{,}79 \quad уровень\ значимости = 0{,}05 \quad F_{расч} \rangle\ F_{табл}$$

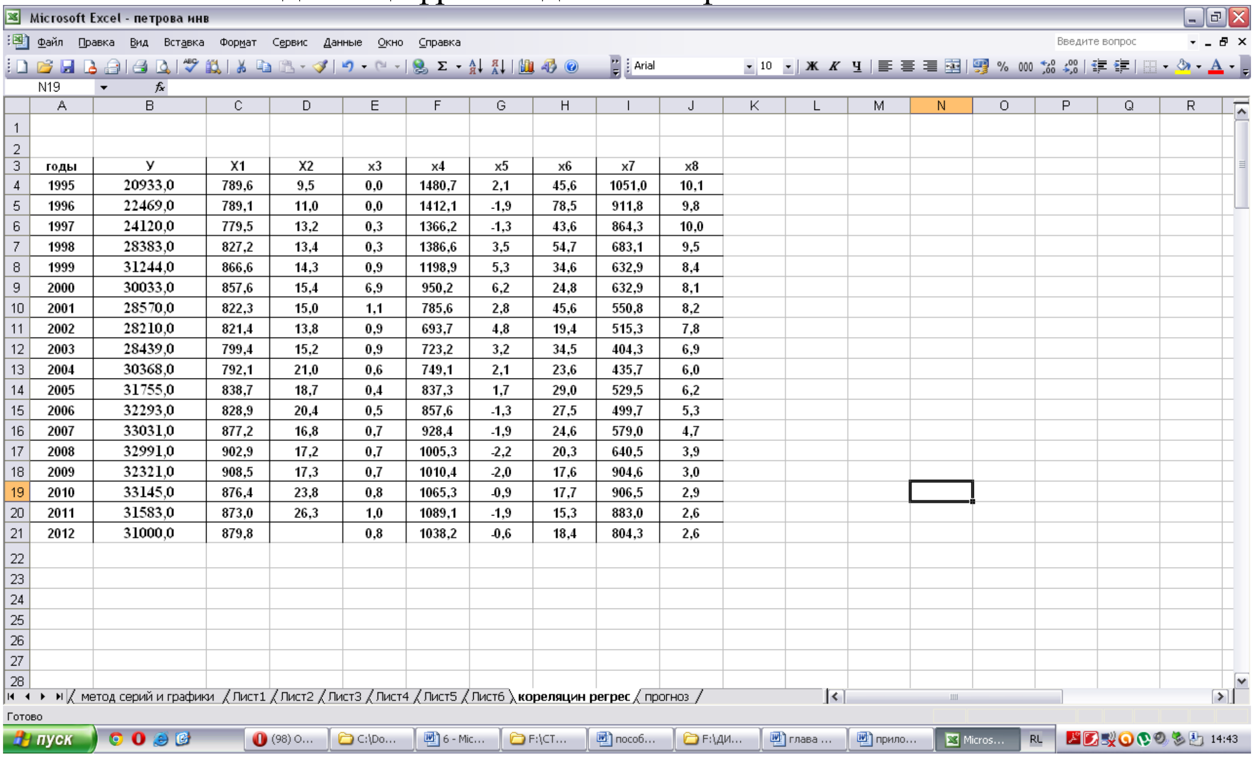
Следовательно, построенная модель на основе её проверки по F-критерию Фишера в целом адекватна, и все коэффициенты регрессии значимы. Такая модель может быть использована для принятия решений и осуществления прогнозов.

Пример 6.2. Практика построения уравнения множественной регрессии в Excel

На основании имеющихся данных проведем корреляционно-регрессионный анализ.

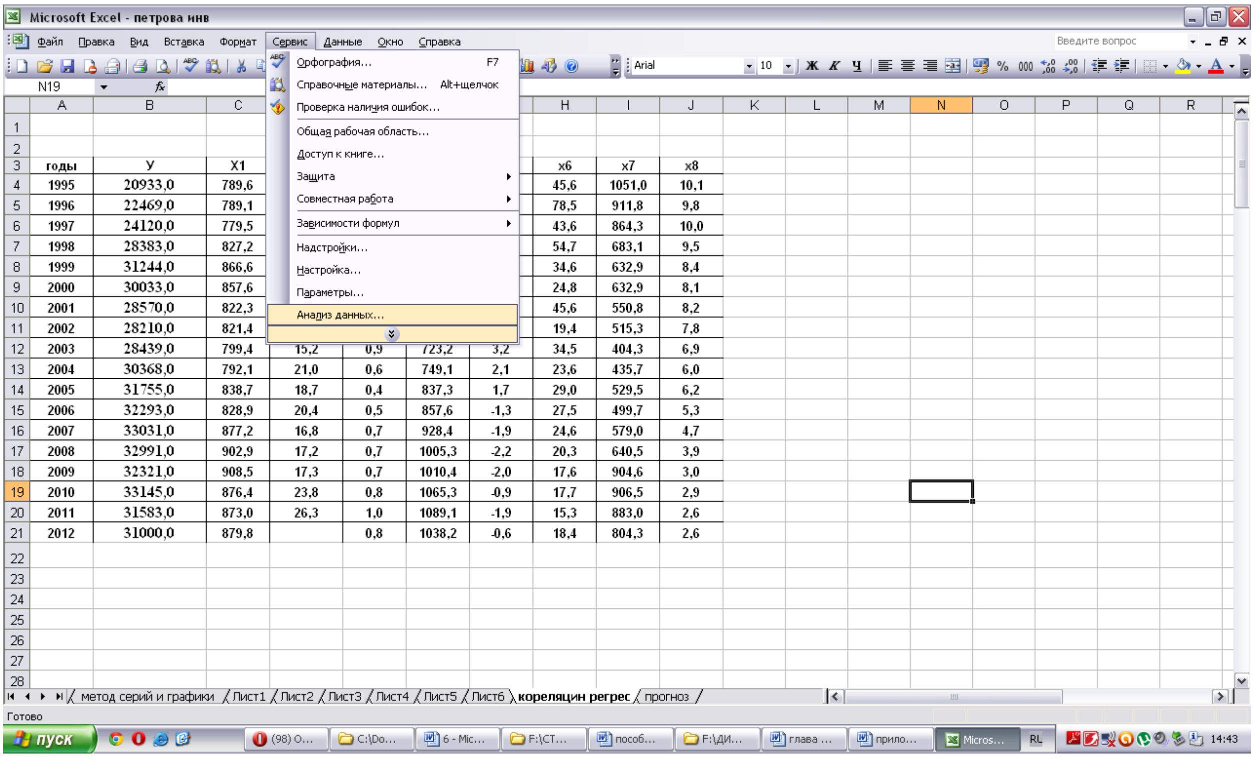
У - численность умерших на 1000 человек населения;
Х1 - уровень заболеваемости населения;
Х2 - число зарегистрированных преступлений по Оренбургской области на 100 000 человек;
Х3 - уровень безработицы, %;
Х4 - численность больных состоящих на учете в лечебно профилактических учреждениях с диагнозом алкоголизм и алкогольный психоз на 100 000 человек;
Х5 - прирост миграции на 1000 человек;
Х6 - численность населения с денежными доходами ниже величины прожиточного минимума, в % от общей численности населения;
Х7- выбросы в окружающую среду;
Х8 - Численность пострадавших при несчастных случаях на производстве с утратой трудоспособности на один рабочий день и более и со смертельным исходом на 1000 работающих

1. Забиваем исходные цифровые данные в файл Excel.

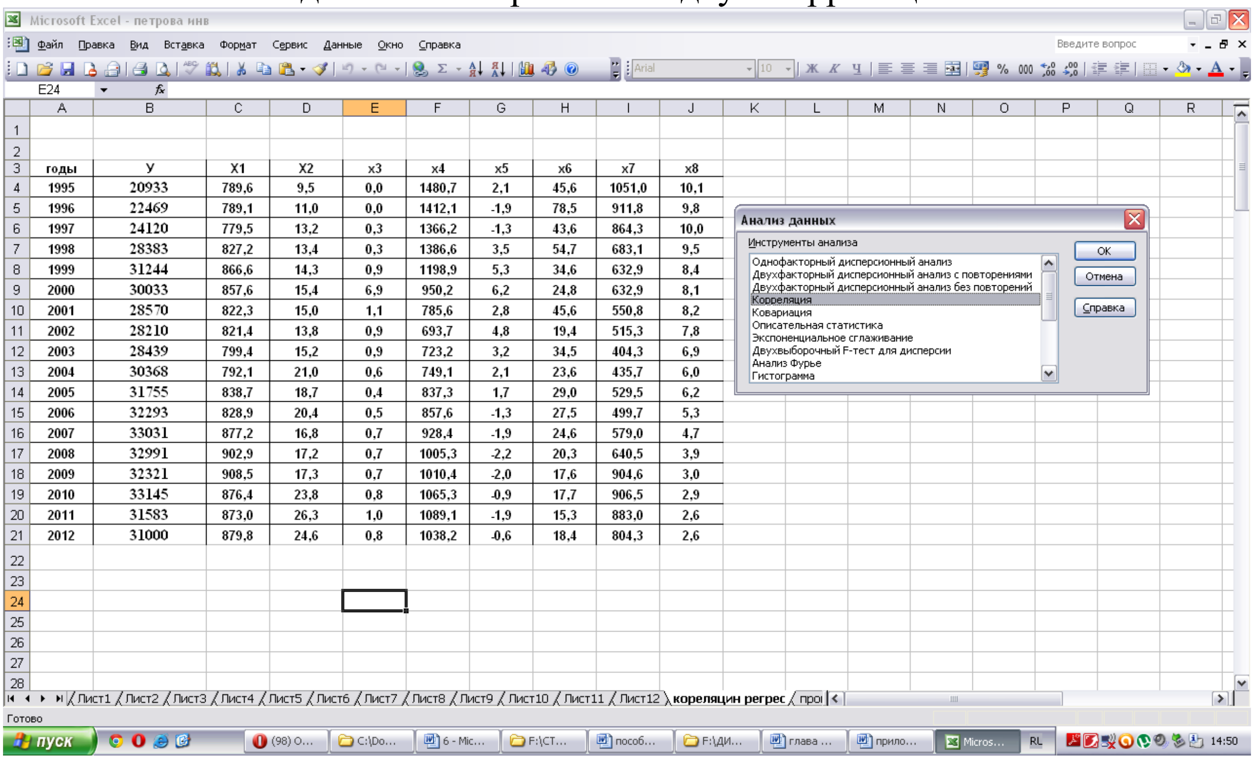


годы	У	Х1	Х2	х3	х4	х5	х6	х7	х8
1995	20933,0	789,6	9,5	0,0	1480,7	2,1	45,6	1051,0	10,1
1996	22469,0	789,1	11,0	0,0	1412,1	-1,9	78,5	911,8	9,8
1997	24120,0	779,5	13,2	0,3	1366,2	-1,3	43,6	864,3	10,0
1998	28383,0	827,2	13,4	0,3	1386,6	3,5	54,7	683,1	9,5
1999	31244,0	866,6	14,3	0,9	1198,9	5,3	34,6	632,9	8,4
2000	30033,0	857,6	15,4	6,9	950,2	6,2	24,8	632,9	8,1
2001	28570,0	822,3	15,0	1,1	785,6	2,8	45,6	550,8	8,2
2002	28210,0	821,4	13,8	0,9	693,7	4,8	19,4	515,3	7,8
2003	28439,0	799,4	15,2	0,9	723,2	3,2	34,5	404,3	6,9
2004	30368,0	792,1	21,0	0,6	749,1	2,1	23,6	435,7	6,0
2005	31755,0	838,7	18,7	0,4	837,3	1,7	29,0	529,5	6,2
2006	32293,0	828,9	20,4	0,5	857,6	-1,3	27,5	499,7	5,3
2007	33031,0	877,2	16,8	0,7	928,4	-1,9	24,6	579,0	4,7
2008	32991,0	902,9	17,2	0,7	1005,3	-2,2	20,3	640,5	3,9
2009	32321,0	908,5	17,3	0,7	1010,4	-2,0	17,6	904,6	3,0
2010	33145,0	876,4	23,8	0,8	1065,3	-0,9	17,7	906,5	2,9
2011	31583,0	873,0	26,3	1,0	1089,1	-1,9	15,3	883,0	2,6
2012	31000,0	879,8		0,8	1038,2	-0,6	18,4	804,3	2,6

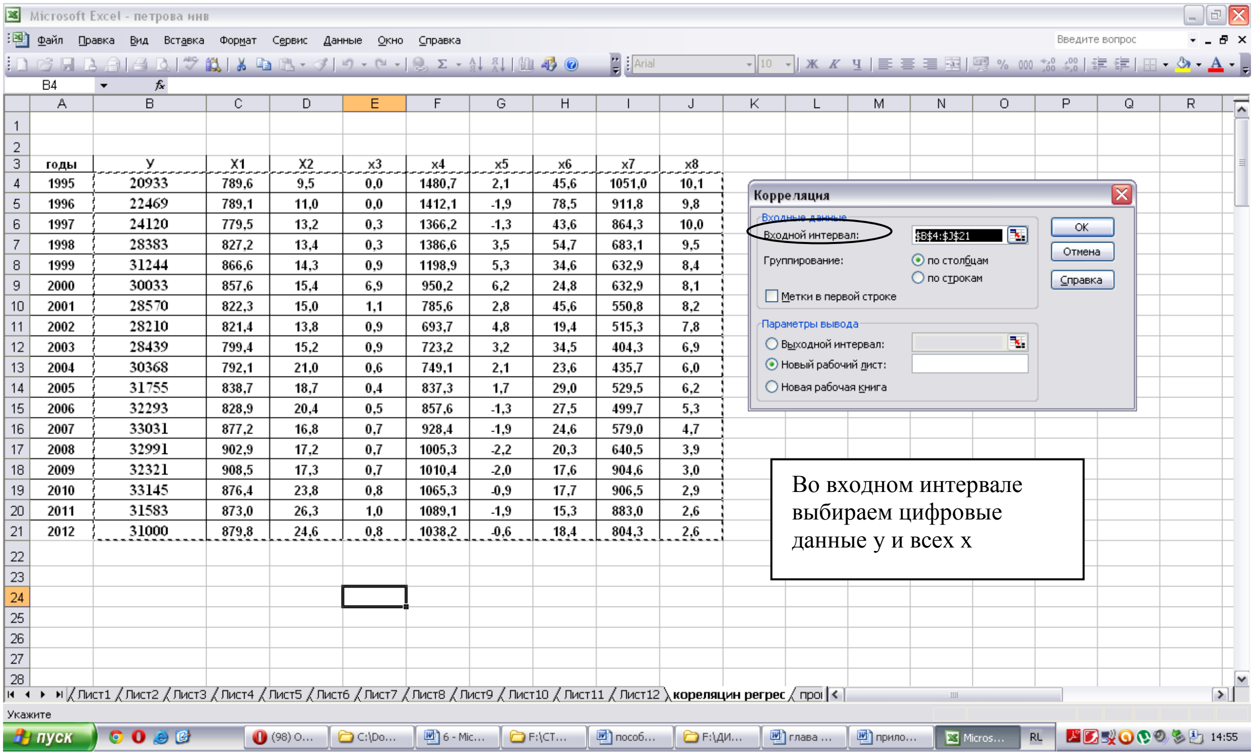
2. Выбираем на панели инструментов закладку Сервис → Анализ данных.



3. В окне Анализа данных выбираем закладку «Корреляция».

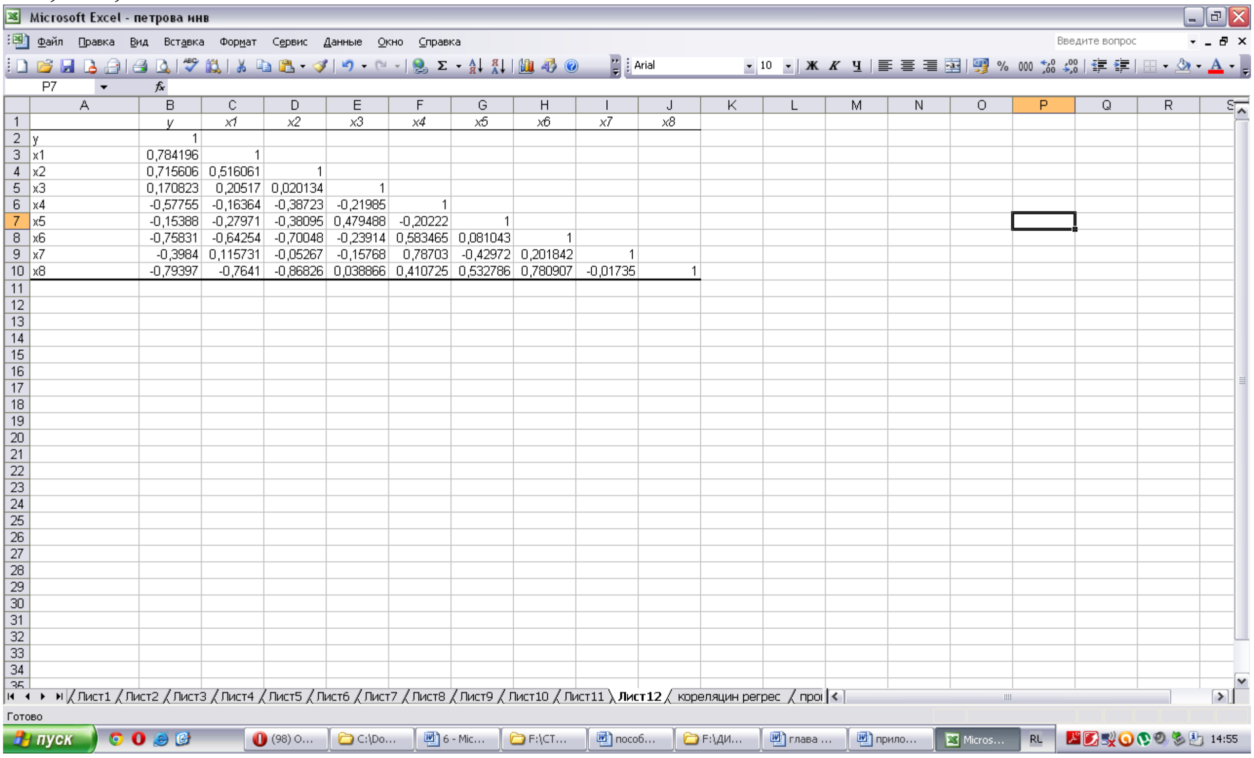


4. В появившемся окне «Корреляция» выбираем входной интервал, ставим галочку в способе группировки (по столбцам или по строкам) и выбираем входной интервал, т.е. то место, где будут отображаться полученные данные (на новом рабочем листе или в конкретно указанном месте).



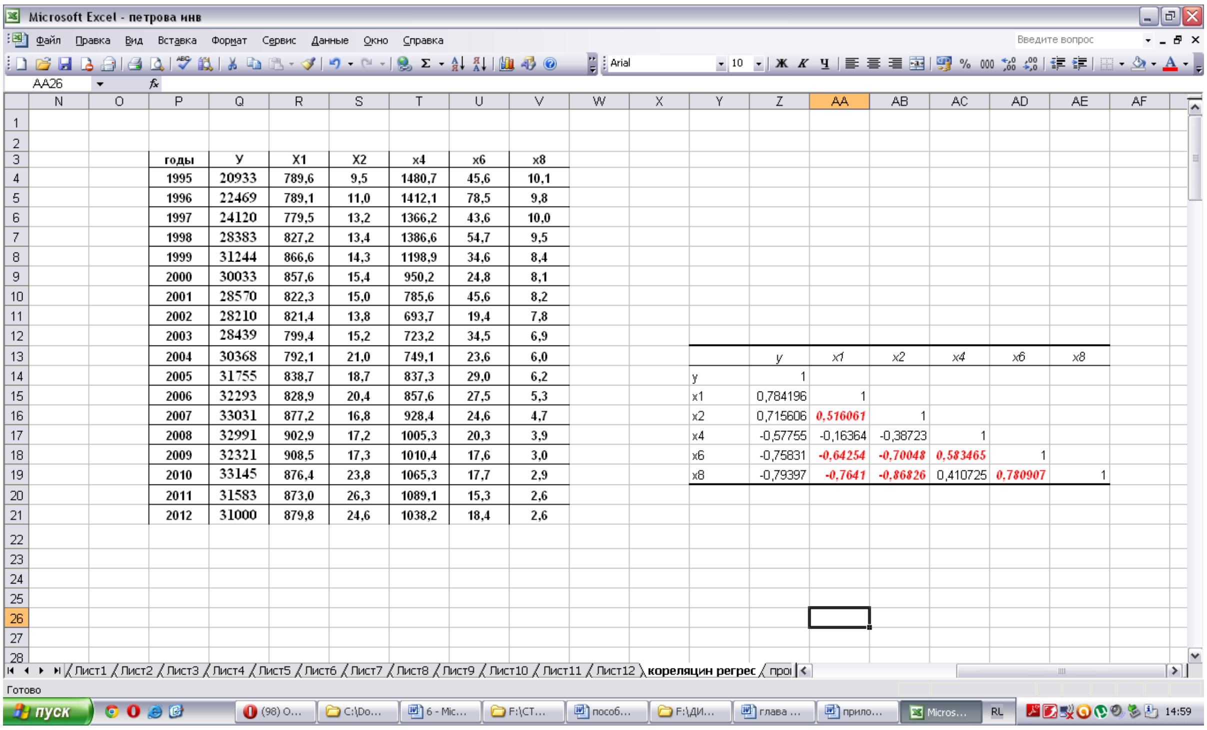
годы	У	X1	X2	x3	x4	x5	x6	x7	x8
1995	20933	789,6	9,5	0,0	1480,7	2,1	45,6	1051,0	10,1
1996	22469	789,1	11,0	0,0	1412,1	-1,9	78,5	911,8	9,8
1997	24120	779,5	13,2	0,3	1366,2	-1,3	43,6	864,3	10,0
1998	28383	827,2	13,4	0,3	1386,6	3,5	54,7	683,1	9,5
1999	31244	866,6	14,3	0,9	1198,9	5,3	34,6	632,9	8,4
2000	30033	857,6	15,4	6,9	950,2	6,2	24,8	632,9	8,1
2001	28570	822,3	15,0	1,1	785,6	2,8	45,6	550,8	8,2
2002	28210	821,4	13,8	0,9	693,7	4,8	19,4	515,3	7,8
2003	28439	799,4	15,2	0,9	723,2	3,2	34,5	404,3	6,9
2004	30368	792,1	21,0	0,6	749,1	2,1	23,6	435,7	6,0
2005	31755	838,7	18,7	0,4	837,3	1,7	29,0	529,5	6,2
2006	32293	828,9	20,4	0,5	857,6	-1,3	27,5	499,7	5,3
2007	33031	877,2	16,8	0,7	928,4	-1,9	24,6	579,0	4,7
2008	32991	902,9	17,2	0,7	1005,3	-2,2	20,3	640,5	3,9
2009	32321	908,5	17,3	0,7	1010,4	-2,0	17,6	904,6	3,0
2010	33145	876,4	23,8	0,8	1065,3	-0,9	17,7	906,5	2,9
2011	31583	873,0	26,3	1,0	1089,1	-1,9	15,3	883,0	2,6
2012	31000	879,8	24,6	0,8	1038,2	-0,6	18,4	804,3	2,6

5. Т.к. мы выбрали новый рабочий лист, корреляционная матрица появилась на новом листе. По значениям корреляционной матрицы определяем, какие факторные признаки следует исключить, а какие оставить. Рекомендательно, оставляют те факторные признаки, значения коэффициентов корреляции у которых больше 0,5. В нашем случае в модель могут быть включены X1, X2, X4, X6, X8.



	y	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8
y	1								
x1	0,784196	1							
x2	0,715606	0,516061	1						
x3	0,170823	0,20517	0,020134	1					
x4	-0,57755	-0,16364	-0,38723	-0,21985	1				
x5	-0,15388	-0,27971	-0,38095	0,479488	-0,20222	1			
x6	-0,75831	-0,64254	-0,70048	-0,23914	0,583465	0,081043	1		
x7	-0,3984	0,115731	-0,05267	-0,15768	0,78703	-0,42972	0,201842	1	
x8	-0,79397	-0,7641	-0,86826	0,038866	0,410725	0,532786	0,780907	-0,01735	1

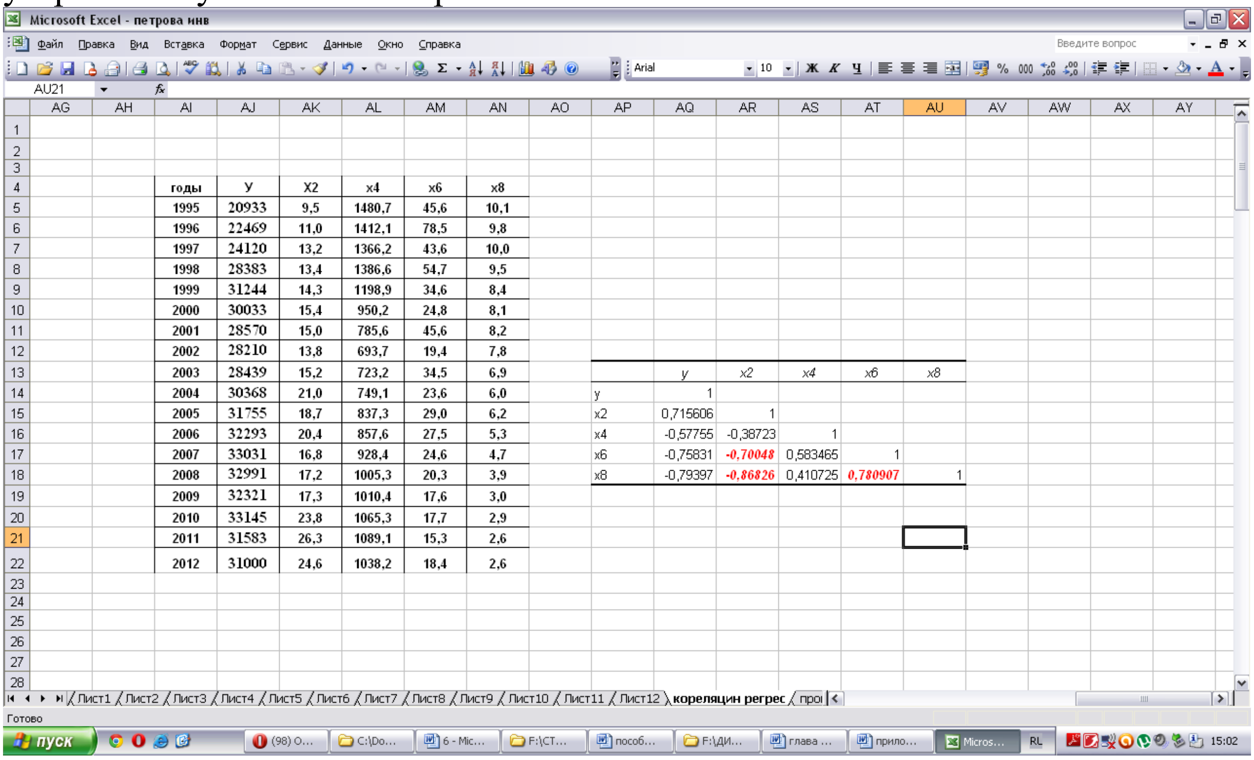
6. Аналогичную процедуру проделываем для оставшихся факторов. По корреляционной матрице проверяем мультиколлинеарность факторов (т.е. есть ли взаимосвязь между самими факторами), в случае, если существует тесная связь между факторами ($r \geq 0,5$), то включать их в одну модель нельзя. Из приведенного ниже примера видно, что существует тесная связь между X1 и X2, X6, X8; X2 и X6,X8; X4 и X6; X6 и X8. Принимаем решение исключить X1.



годы	У	X1	X2	x4	x6	x8
1995	20933	789,6	9,5	1480,7	45,6	10,1
1996	22469	789,1	11,0	1412,1	78,5	9,8
1997	24120	779,5	13,2	1366,2	43,6	10,0
1998	28383	827,2	13,4	1386,6	54,7	9,5
1999	31244	866,6	14,3	1198,9	34,6	8,4
2000	30033	857,6	15,4	950,2	24,8	8,1
2001	28570	822,3	15,0	785,6	45,6	8,2
2002	28210	821,4	13,8	693,7	19,4	7,8
2003	28439	799,4	15,2	723,2	34,5	6,9
2004	30368	792,1	21,0	749,1	23,6	6,0
2005	31755	838,7	18,7	837,3	29,0	6,2
2006	32293	828,9	20,4	857,6	27,5	5,3
2007	33031	877,2	16,8	928,4	24,6	4,7
2008	32991	902,9	17,2	1005,3	20,3	3,9
2009	32321	908,5	17,3	1010,4	17,6	3,0
2010	33145	876,4	23,8	1065,3	17,7	2,9
2011	31583	873,0	26,3	1089,1	15,3	2,6
2012	31000	879,8	24,6	1038,2	18,4	2,6

	y	x1	x2	x4	x6	x8
y	1					
x1	0,784196	1				
x2	0,715606	***0,516061***	1			
x4	-0,57755	-0,16364	-0,38723	1		
x6	-0,75831	***-0,64254***	***-0,70048***	***0,583465***	1	
x8	-0,79397	***-0,7641***	***-0,86826***	0,410725	***0,780907***	1

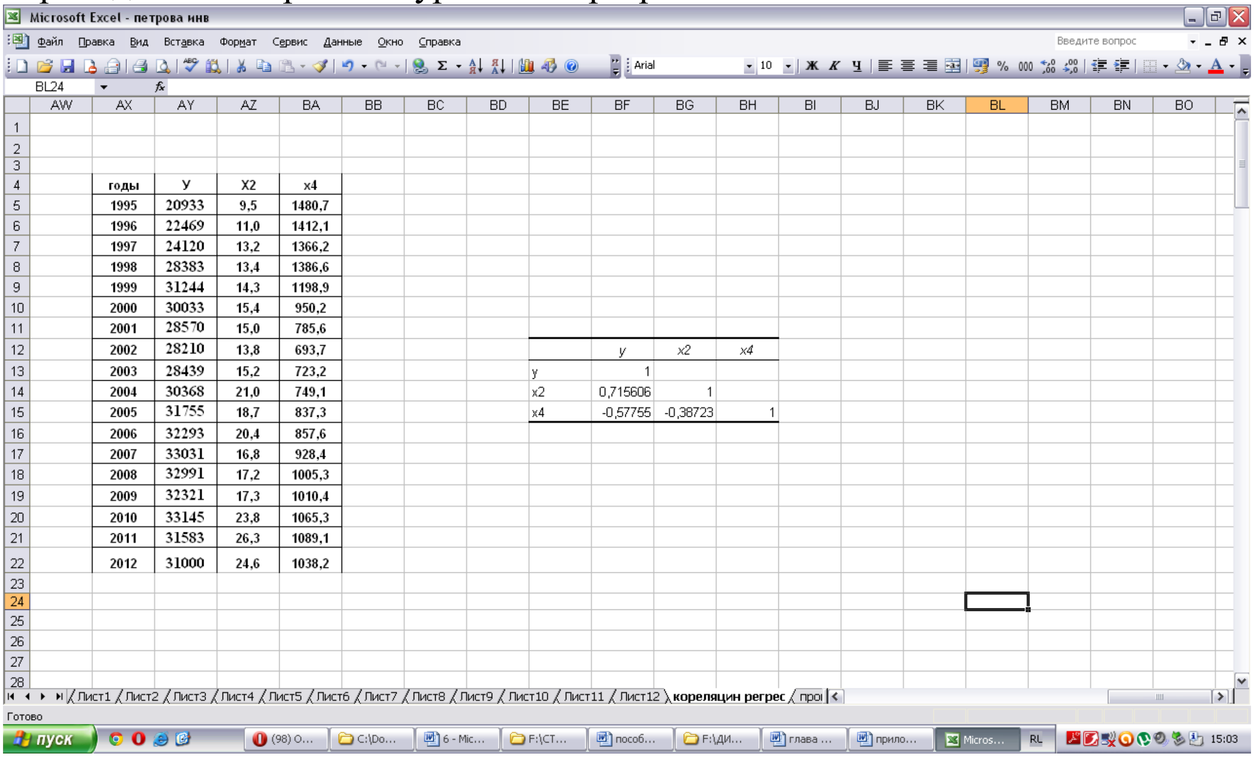
7. Проводим корреляционный анализ. По результатам корреляционной матрицы видно, что существует связь между X2 и X6, X8; X6 и X8. Исключать и подбирать факторы необходимо до тех пор, пока не будет устранена мультиколлинеарность.



годы	У	X2	x4	x6	x8
1995	20933	9,5	1480,7	45,6	10,1
1996	22469	11,0	1412,1	78,5	9,8
1997	24120	13,2	1366,2	43,6	10,0
1998	28383	13,4	1386,6	54,7	9,5
1999	31244	14,3	1198,9	34,6	8,4
2000	30033	15,4	950,2	24,8	8,1
2001	28570	15,0	785,6	45,6	8,2
2002	28210	13,8	693,7	19,4	7,8
2003	28439	15,2	723,2	34,5	6,9
2004	30368	21,0	749,1	23,6	6,0
2005	31755	18,7	837,3	29,0	6,2
2006	32293	20,4	857,6	27,5	5,3
2007	33031	16,8	928,4	24,6	4,7
2008	32991	17,2	1005,3	20,3	3,9
2009	32321	17,3	1010,4	17,6	3,0
2010	33145	23,8	1065,3	17,7	2,9
2011	31583	26,3	1089,1	15,3	2,6
2012	31000	24,6	1038,2	18,4	2,6

	y	x2	x4	x6	x8
y	1				
x2	0,715606	1			
x4	-0,57755	-0,38723	1		
x6	-0,75831	***-0,70048***	0,583465	1	
x8	-0,79397	***-0,86826***	0,410725	***0,780907***	1

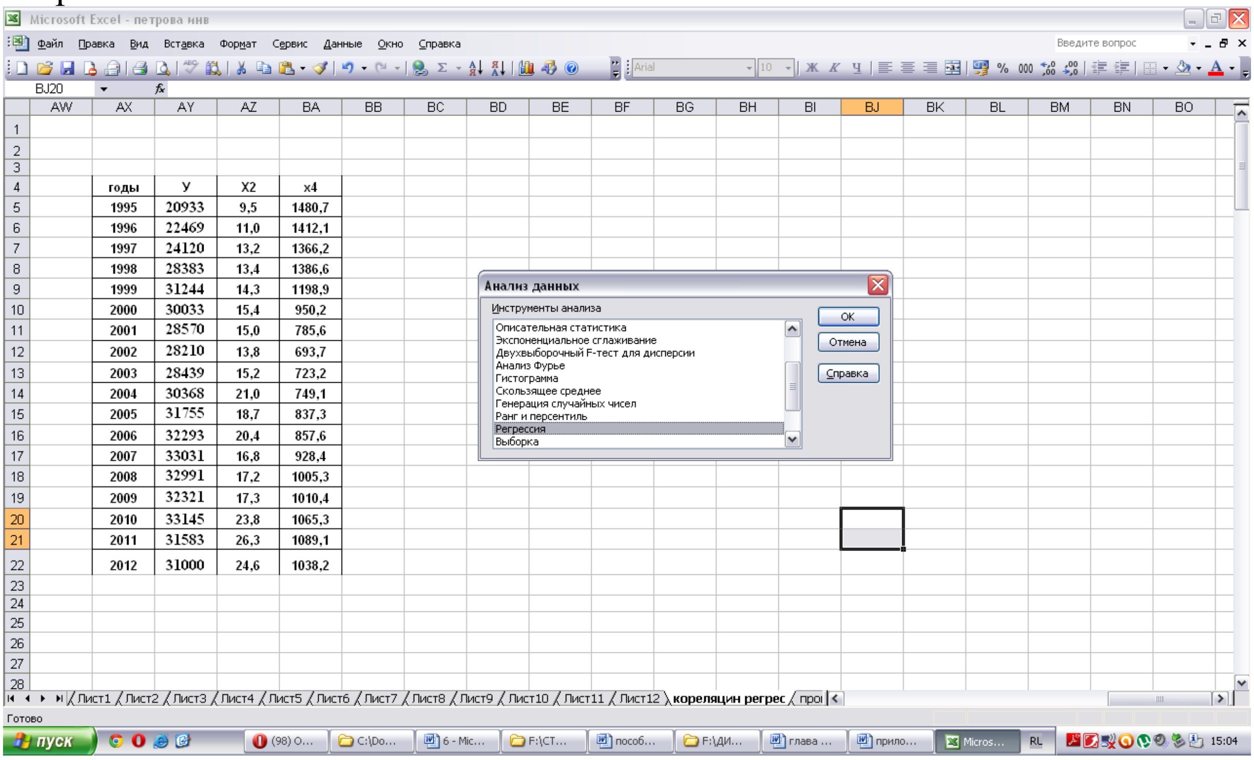
8. После устранения мультиколлинеарности между факторами и получения корреляционной матрицы со значимыми коэффициентами корреляции переходим к построению уравнения регрессии.



годы	У	X2	x4
1995	20933	9,5	1480,7
1996	22469	11,0	1412,1
1997	24120	13,2	1366,2
1998	28383	13,4	1386,6
1999	31244	14,3	1198,9
2000	30033	15,4	950,2
2001	28570	15,0	785,6
2002	28210	13,8	693,7
2003	28439	15,2	723,2
2004	30368	21,0	749,1
2005	31755	18,7	837,3
2006	32293	20,4	857,6
2007	33031	16,8	928,4
2008	32991	17,2	1005,3
2009	32321	17,3	1010,4
2010	33145	23,8	1065,3
2011	31583	26,3	1089,1
2012	31000	24,6	1038,2

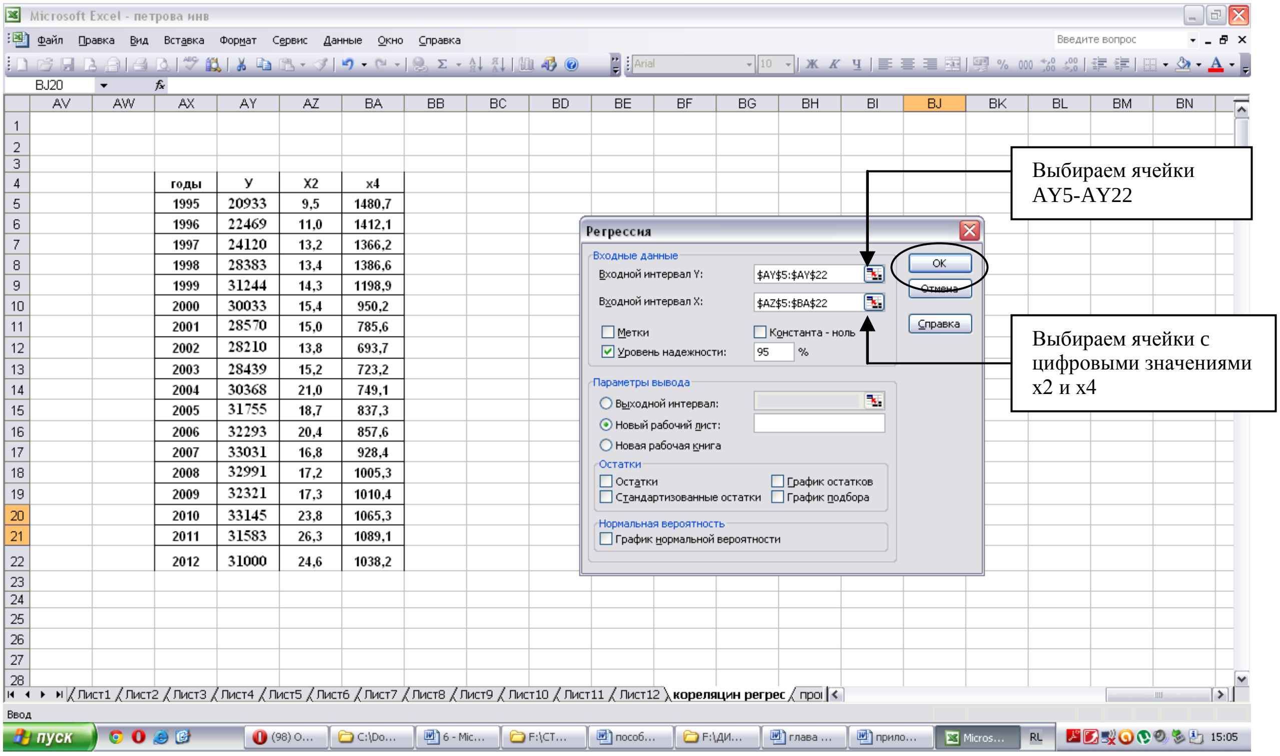
	y	x2	x4
y	1		
x2	0,715606	1	
x4	-0,57755	-0,38723	1

9. Выбираем на панели инструментов закладку Сервис → Анализ данных → Регрессия.



годы	У	X2	x4
1995	20933	9,5	1480,7
1996	22469	11,0	1412,1
1997	24120	13,2	1366,2
1998	28383	13,4	1386,6
1999	31244	14,3	1198,9
2000	30033	15,4	950,2
2001	28570	15,0	785,6
2002	28210	13,8	693,7
2003	28439	15,2	723,2
2004	30368	21,0	749,1
2005	31755	18,7	837,3
2006	32293	20,4	857,6
2007	33031	16,8	928,4
2008	32991	17,2	1005,3
2009	32321	17,3	1010,4
2010	33145	23,8	1065,3
2011	31583	26,3	1089,1
2012	31000	24,6	1038,2

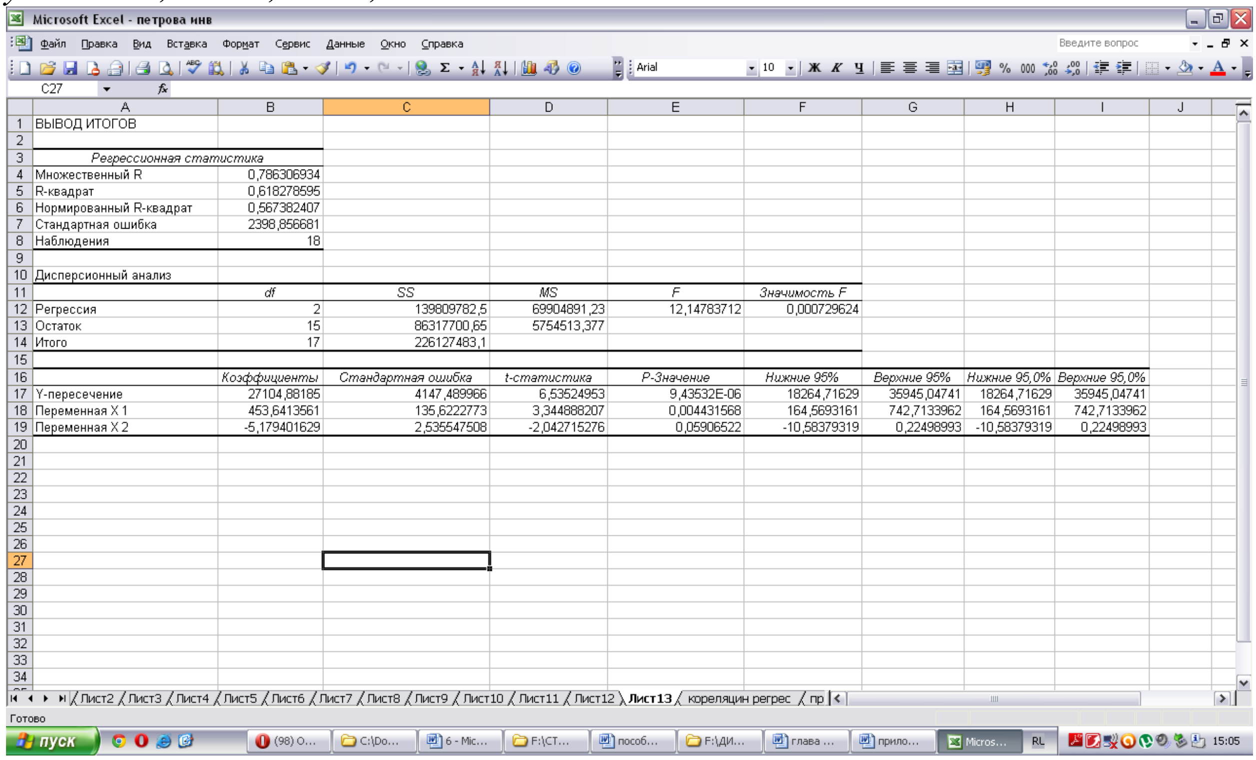
10. В окне «Регрессия» выделяем входной интервал для У и входной интервал для Х (выбираем только числовые данные); устанавливаем основные настройки и нажимаем ОК.



годы	у	Х2	х4
1995	20933	9,5	1480,7
1996	22469	11,0	1412,1
1997	24120	13,2	1366,2
1998	28383	13,4	1386,6
1999	31244	14,3	1198,9
2000	30033	15,4	950,2
2001	28570	15,0	785,6
2002	28210	13,8	693,7
2003	28439	15,2	723,2
2004	30368	21,0	749,1
2005	31755	18,7	837,3
2006	32293	20,4	857,6
2007	33031	16,8	928,4
2008	32991	17,2	1005,3
2009	32321	17,3	1010,4
2010	33145	23,8	1065,3
2011	31583	26,3	1089,1
2012	31000	24,6	1038,2

10.Получаем результаты регрессионного анализа. Уравнение регрессии выглядит следующим образом:

y = 26104,9+453,6X2-5,2X4



ВЫВОД ИТОГОВ

Регрессионная статистика	
Множественный R	0,786306934
R-квадрат	0,618278595
Нормированный R-квадрат	0,567382407
Стандартная ошибка	2398,856681
Наблюдения	18

Дисперсионный анализ

	df	SS	MS	F	Значимость F
Регрессия	2	139809782,5	69904891,23	12,14783712	0,000729624
Остаток	15	86317700,65	5754513,377		
Итого	17	226127483,1			

	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%	Нижние 95,0%	Верхние 95,0%
Y-пересечение	27104,88185	4147,489966	6,53524953	9,43532E-06	18264,71629	35945,04741	18264,71629	35945,04741
Переменная X 1	453,6413561	135,6222773	3,344888207	0,004431568	164,5693161	742,7133962	164,5693161	742,7133962
Переменная X 2	-5,179401629	2,535547508	-2,042715276	0,05906522	-10,58379319	0,22498993	-10,58379319	0,22498993

Пример 6.3.

Оценим тесноту между объемом вложений акционеров (x) и суммарным активом организации ООО «XXX» (y).

y	507,2	506,6	487,8	496	493,6	458,9	429,3	386,9	311,5	302,2	262	242,4	231,9	214,3	208,4
x	19,5	19,8	21,1	18,6	19,6	11,7	10,5	13,6	10,8	10,9	10,3	10,6	8,5	6,7	8,3

Решение:

1) Для определения связи между признаками построим поле корреляции

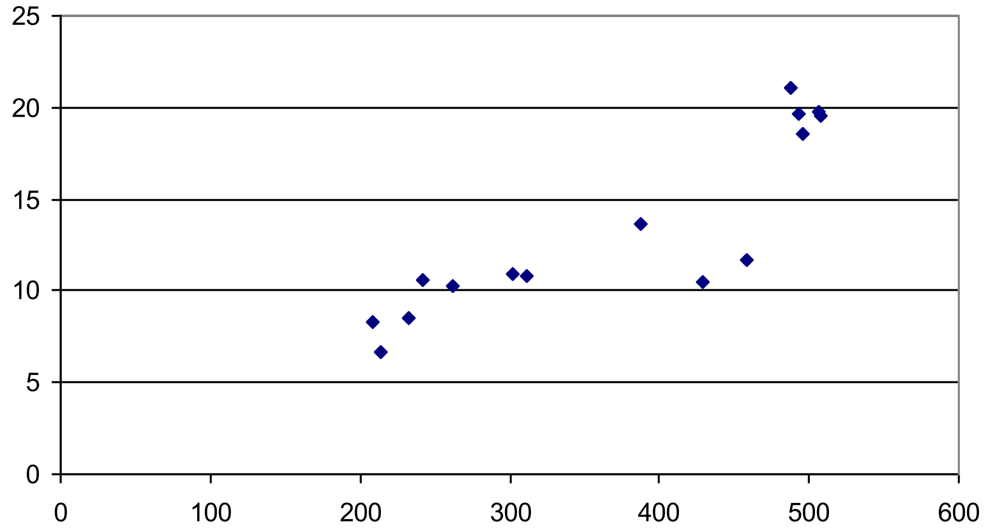


Рисунок 6.1 – Поле корреляции

Связь между признаками прямая. С увеличением объема вложений акционеров – суммарный актив увеличивается.

Таблица 6.6 – Вспомогательная таблица для расчета параметров уравнения регрессии

y	x	xy	y^2	x^2
507,2	19,5	9890,4	257251,8	380,25
506,6	19,8	10030,68	256643,6	392,04
487,8	21,1	10292,58	237948,8	445,21
496	18,6	9225,6	246016	345,96
493,6	19,6	9674,56	243641	384,16
458,9	11,7	5369,13	210589,2	136,89
429,3	10,5	4507,65	184298,5	110,25
386,9	13,6	5261,84	149691,6	184,96
311,5	10,8	3364,2	97032,25	116,64
302,2	10,9	3293,98	91324,84	118,81

262	10,3	2698,6	68644	106,09
242,4	10,6	2569,44	58757,76	112,36
231,9	8,5	1971,15	53777,61	72,25
214,3	6,7	1435,81	45924,49	44,89
208,4	8,30	1729,72	43430,56	68,89
5539	200,5	81315,34	2244972	3019,65
369,2667	13,36667	5421,023	149664,8	201,31

Рассчитаем оценки параметров парной линейной регрессии, где x – объем вложений, а y – суммарный актив.

$\tilde{y}_x = a + bx$ - уравнение прямой

$$b = \frac{\overline{yx} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x^2} \qquad \bar{x} = 13{,}4 \qquad \bar{y} = 369{,}3 \qquad \overline{xy} = 5421$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2 \qquad \sigma_x^2 = 201{,}3 - (13{,}4)^2 = 21{,}74$$

$$b = \frac{5421 - 13{,}4 \cdot 369{,}3}{21{,}74} = 21{,}7$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$a = 369{,}3 - 21{,}7 \cdot 13{,}4 = 78{,}52$$

Получаем уравнение регрессии: $\tilde{y}_x = 78{,}52 + 21{,}7x$

Таким образом, с увеличением объема вложений на 1 % – суммарный актив увеличивается на 21,7 млрд .руб.

2) Коэффициент эластичности:

Средний коэффициент эластичности для линейной регрессии рассчитывается по формуле:

$$\bar{Э} = b \cdot \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = 21{,}7 \cdot \frac{13{,}4}{369{,}3} = 0{,}78\%$$

Таким образом, получаем, что с увеличение объема вложений на 1% , суммарный актив увеличивается на 0,78 %.

3.) Линейный коэффициент корреляции: $r_{yx} = \dfrac{\overline{yx} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$ или $r_{yx} = b\dfrac{\sigma_x}{\sigma_y}$.

σ_x – среднеквадратическое отклонение факторного признака x:

$$\sigma_x = \sqrt{\bar{x}^2 - (\bar{x})^2}$$

σ_y – среднеквадратическое отклонение результативного признака у:

$$\sigma_y = \sqrt{\bar{y}^2 - (\bar{y})^2}$$

$\bar{x} = 13{,}4$ $\bar{y} = 369{,}3$ $\bar{x}^2 = 201{,}31$ $\bar{y}^2 = 149664{,}8$

$$\sigma_x = \sqrt{201{,}31 - (13{,}4)^2} = 4{,}6$$

$$\sigma_y = \sqrt{149664{,}8 - (369{,}3)^2} = 115$$

$$r_{yx} = 21{,}7\frac{4{,}6}{115} = 0{,}868$$

Величина коэффициента регрессии свидетельствует о том, что связь между объемом вложений и суммарным активом прямая, тесная.

<u>Расчет коэффициента детерминации:</u>

Коэффициент детерминации составит: $r_{yx}{}^2 = (0{,}868)^2 = 0{,}753$, т.е. вариация суммарного актива на 75,3 % объясняется вариацией объема вложений. На долю прочих факторов, не учитываемых в регрессии, приходится 24,7%.

7 СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕЧИСЛОВЫХ ДАННЫХ

При исследовании степени тесноты связи между качественными признаками, каждый из которых представлен в виде альтернативных признаков, возможно использование так называемых «тетрахорических показателей». Тогда расчетная таблица состоит из четырех ячеек (обозначаемых буквами a, b, c, d). Каждая из клеток соответствует известной альтернативе того и другого признака.

	Да	Нет
Да	a	b
Нет	c	d

По этим данным рассчитываются коэффициенты ассоциации ($К_а$) и контингенции ($К_к$):

$$K_a = \frac{ad - bc}{ad + bc} \tag{7.1}$$

$$K_k = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)\cdot(b+d)\cdot(a+c)\cdot(c+d)}} \tag{7.2}$$

где a, b, c, d – числа (частоты) в четырехклеточной таблице.

Связь считается подтвержденной, если $К_а \geq 0{,}5$, $К_k \geq 0{,}3$.

Когда каждый из качественных признаков состоит более чем из двух групп, то для определения тесноты связи применяют коэффициенты взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова.

Коэффициент Пирсона вычисляется по формуле:

$$P = \sqrt{\frac{\chi^2}{1+\chi^2}}\,, \tag{7.3}$$

где χ^2- критерий взаимной сопряженности, определяется суммой квадратов частот каждой клетки таблицы f_{ij}^2 к произведению частот итоговых соответствующего столбца m_j и строки n_i минус единица:

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{f^2{}_{ij}}{m_j n_i} - 1\,. \tag{7.4}$$

Коэффициент Чупрова вычисляется по формуле:

$$P = \sqrt{\frac{\chi^2}{\sqrt{(K_1 - 1)(K_2 - 1)}}} \tag{7.5}$$

где $К_1$ - число значений (групп) первого признака;

$К_2$ - число значений (групп) второго признака

Коэффициент корреляции знаков, или коэффициент Фехнера, основан на оценке степени согласованности направлений отклонений индивидуальных значений факторного и результативного признаков от соответствующих средних. Вычисляется он следующим образом:

$$\hat{E}_{\hat{o}} = \frac{n_a - n_b}{n_a + n_b}, \tag{7.6}$$

где n_a - число совпадений знаков отклонений индивидуальных величин от средней;

n_b - число несовпадений.

Коэффициент Фехнера может принимать значения от -1 до +1. Кф = 1 свидетельствует о возможном наличии прямой связи, Кф =-1 свидетельствует о возможном наличии обратной связи.

Ранговый коэффициент корреляции Спирмена измеряет степень согласованности двух различных ранжировок $X^{(j)}$ и $X^{(k)}$ одного и того же множества из n объектов и рассчитывается по формуле:

$$r_c = 1 - \frac{6}{n^3 - n}\sum_{i=1}^{n}(x_i^{(j)} - x_i^{(k)})^2 \tag{7.7}$$

Причем $-1<r_c<1$. Соответственно -1 означает, что ранжировки противоположны, 1 - они совпадают, г =0 - между ранжировками связь отсутствует.

Связанные ранги возникают в случае дележки мест в ранжировке. Объектам, которые делят места, приписывается ранг, равный среднему арифметическому соответствующих мест.

Например: объекты делят места с 3 по 5, тогда (3+4+5)/3 = 4 и объектам на 3, 4 и 5 местах приписывается ранг 4.

Для связанных рангов формула коэффициента корреляции Спирмена усложняется:

$$r_c = \frac{\frac{1}{6}(n^3 - n) - \sum_{i=1}^{n}(x_i^{(j)} - x_i^{(k)})^2 - T^{(j)} - T^{(k)}}{\left[\frac{1}{6}(n^3 - n) - 2T^{(j)}\right]^{\frac{1}{2}}\left[\frac{1}{6}(n^3 - n) - 2T^{(k)}\right]^{\frac{1}{2}}} \tag{7.8}$$

где $T^{(l)} = \frac{1}{12}\sum_{t=1}^{m}(n_t^{(l)})^3 - n_t^{(l)}$ здесь m — число групп, для которых имеются связанные ранги, n_t — число рангов, входящих в t-ю группу.

Проверка гипотезы H_0: $r_c = 0$.

Если n >10, то статистика:

$$\gamma_n = \frac{r_c\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_c^2}} \tag{7.9}$$

распределена по закону Стьюдента с (n-2) степенями свободы.

При $\gamma_n > t_{\alpha/2}(n-2)$ гипотеза H_0 отклоняется, иначе - не отклоняется.

Если n < 10, то рассчитывают

$$r_c^{\max} = \frac{2S_c}{(n^3 - n)/3}, \tag{7.10}$$

где S_c извлекается из таблицы для уровня значимости α/2 и если $|r_c| > r_c^{\max}$, то H_0 отвергается.

Ранговый коэффициент корреляции Кендалла.

Расчетная формула имеет вид:

$$r_k = \frac{S}{\frac{1}{2}n(n-1)} = \frac{P-Q}{P+Q}, \quad S = P - Q \tag{7.11}$$

Ранжируем все элементы по признаку $x^{(1)}$, по ряду другого признака $x^{(2)}$ подсчитываем для каждого ранга число последующих рангов, превышающих данный (их сумму обозначим P) и число последующих рангов ниже данного (их сумму обозначим Q)

Значения коэффициента $-1 < r_k < 1$.

На практике при $n \geq 10$, $r_c = \frac{3}{2} r_k$

Для связанных рангов формула коэффициента корреляции Кендалла имеет вид:

$$r_k^* = \frac{r_k - \frac{2(u^{(1)} + u^{(2)})}{n(n-1)}}{\sqrt{(1 - \frac{2u^{(1)}}{n(n-1)})(1 - \frac{2u^{(2)}}{n(n-1)})}}, \quad u^{(l)} = \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{m^{(l)}} n_t^{(l)}(n_t^{(l)} - 1),\ l=1,2. \tag{7.12}$$

Коэффициент конкордации (согласованности) Кендалла. Измеряет степень тесноты, статистической связи между m различными ранжировками:

$$W = \frac{12}{m^2(n^3 - n)} \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{l=1}^{m} x_i^{(l)} - \frac{m(n+1)}{2}\right)^2. \tag{7.13}$$

Причем 0 < W < 1, если W= 1 — ранжировки совпадают, *W*= 0 — связь между ранжировками отсутствует.

Для связанных рангов

$$W = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{l=1}^{m} x_i^{(l)} - \frac{m(n+1)}{2}\right)}{\frac{1}{12}m^2(n^3 - n) - m\sum_{l=1}^{m} T^{(l)}} \tag{7.14}$$

Проверка гипотезы H_0: W=0,

- при n>7 рассчитывают статистику $\gamma_n = m(n-1)W$ и при $\gamma_n > \chi_\alpha^2(n-1)$ гипотеза отклоняется, иначе не отклоняется.

Пример 7.1.

Оцените связь между образованием рабочих цеха и наличием прогулов:

	Полное среднее	Неполное среднее
Имеют прогулы	21	5
Не имеют прогулы	83	116

РЕШЕНИЕ:

Коэффициент ассоциации: $K_a = \frac{ad - bc}{ad + bc}$

a=21

b=5

c=83

d=116

$$K_a = \frac{ad - bc}{ad + bc} = \frac{21*116 - 5*83}{21*116 + 5*83} = \frac{2436 - 415}{2436 + 415} = \frac{2021}{2851} = 0{,}709$$

Коэффициент контингенции: $K_a = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(b+d)(a+c)(c+d)}}$

a	b	a+b
c	d	c+d
a+c	b+d	a+b+c+d

21	5	26
83	116	199
104	121	225

$$K_a = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(b+d)(a+c)(c+d)}} = \frac{2021}{\sqrt{26*121*104*199}} = \frac{2021}{8069} = 0{,}25$$

ОТВЕТ: связь между образованием рабочих цеха и наличием прогулов существенная.

8 МНОГОМЕРНЫЕ МЕТОДЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Многомерные статистические методы - это раздел математической статистики, изучающий методы сбора многомерных статистических данных, их систематизации и обработки в целях выявления характера и структуры взаимосвязей между компонентами исследуемого многомерного признака, получения практических выводов[1].

Методы математической статистики, используемые для построения оптимальных планов сбора, систематизации и обработки многомерных статистических данных, направленные на выявление характера и структуры взаимосвязей между компонентами исследуемого многомерного признака и предназначенные для получения научных и практических выводов.

По содержанию методы многомерного статистического анализа могут быть условно разделены на три основные группы:

1) методы многомерного статистического анализа многомерных распределений и их основных характеристик;

2) методы многомерного статистического анализа характера и структуры взаимосвязей между компонентами исследуемого многомерного признака;

3) методы многомерного статистического анализа геометрической структуры исследуемой совокупности многомерных наблюдений.

Методы первой группы охватывают лишь те ситуации, в которых обрабатываемые наблюдения имеют вероятностную природу, т. е. интерпретируются как выборка из соответствующей генеральной совокупности. К основным задачам этого подраздела относятся: статистическое оценивание исследуемых многомерных распределений, их основных числовых характеристик и параметров, исследование распределения вероятностей для ряда статистик, с помощью которых строятся статистические критерии проверки различных гипотез о вероятностной природе анализируемых многомерных данных.

Вторая группа методов объединяет в себе понятия и результаты, обслуживающие такие методы и модели математического статистического анализа, как множественная регрессия, многомерный дисперсный анализ, факторный анализ и др. Результаты данных методов могут быть условно разделены на два основных типа:

а) построение наилучших статистических оценок для параметров этих моделей и анализ их свойств (точности, а в вероятностной постановке - законов их распределения, доверительных областей и т. д.);

б) построение статистических критериев для проверки различных гипотез о структуре исследуемых взаимосвязей.

---

[1] Орлов А. И. Эконометрика. Учебник для вузов. Изд. 3-е, исправленное и дополненное. - М.: Изд-во «Экзамен», 2004. - 576 с.

Третья группа - объединяет в себе понятия и результаты таких моделей и схем, как дискриминантный анализ, анализ многомерного шкалирования. Узловым во всех этих схемах является понятие расстояния (меры близости, меры сходства) между анализируемыми элементами. При этом анализируемыми могут быть как реальные объекты, так и сами показатели.

Прикладное назначение методов многомерного статистического анализа состоит в основном в обслуживании трех проблем:

1) проблема статистического исследования зависимостей между анализируемыми показателями;

2) проблема классификации элементов (объектов или показателей) в общей (нестрогой) постановке, чтобы всю анализируемую совокупность элементов, статистически представленную в виде матрицы, разбить на сравнительно небольшое число однородных групп;

3) проблема снижения размерности исследуемого факторного пространства и отбора наиболее информативных показателей[1].

К методам многомерного статистического анализа относятся: дисперсионный анализ, дискриминантный анализ, факторный анализ, канонический анализ, кластерный анализ, логлинейный анализ и др.

Дисперсионный анализ.

В процессе наблюдения за исследуемым объектом качественные факторы произвольно или заданным образом изменяются. Конкретная реализация фактора (например, определенный температурный режим, выбранное оборудование или материал) называется уровнем фактора или способом обработки. Модель дисперсионного анализа с фиксированными уровнями факторов называют моделью I, модель со случайными факторами - моделью II. Благодаря варьированию фактора можно исследовать его влияние на величину отклика. В настоящее время общая теория дисперсионного анализа разработана для моделей I.

В зависимости от количества факторов, определяющих вариацию результативного признака, дисперсионный анализ подразделяют на однофакторный и многофакторный.

Основными схемами организации исходных данных с двумя и более факторами являются:

- перекрестная классификация, характерная для моделей I, в которых каждый уровень одного фактора сочетается при планировании эксперимента с каждой градацией другого фактора;

- иерархическая (гнездовая) классификация, характерная для модели II, в которой каждому случайному, наудачу выбранному значению одного фактора соответствует свое подмножество значений второго фактора.

[1] Словарь социолингвистических терминов. — М.: Российская академия наук. Институт языкознания. Российская академия лингвистических наук. Ответственный редактор: доктор филологических наук В.Ю. Михальченко. 2006.

Если одновременно исследуется зависимость отклика от качественных и количественных факторов, т.е. факторов смешанной природы, то используется ковариационный анализ[1].

При обработке данных эксперимента наиболее разработанными и поэтому распространенными считаются две модели. Их различие обусловлено спецификой планирования самого эксперимента. В модели дисперсионного анализа с фиксированными эффектами исследователь намеренно устанавливает строго определенные уровни изучаемого фактора. Термин «фиксированный эффект» в данном контексте имеет тот смысл, что самим исследователем фиксируется количество уровней фактора и различия между ними. При повторении эксперимента он или другой исследователь выберет те же самые уровни фактора. В модели со случайными эффектами уровни значения фактора выбираются исследователем случайно из широкого диапазона значений фактора, и при повторных экспериментах, естественно, этот диапазон будет другим.

Таким образом, данные модели отличаются между собой способом выбора уровней фактора, что, очевидно, в первую очередь влияет на возможность обобщения полученных экспериментальных результатов. Для дисперсионного анализа однофакторных экспериментов различие этих двух моделей не столь существенно, однако в многофакторном дисперсионном анализе оно может оказаться весьма важным.

При проведении дисперсионного анализа должны выполняться следующие статистические допущения: независимо от уровня фактора величины отклика имеют нормальный (Гауссовский) закон распределения и одинаковую дисперсию. Такое равенство дисперсий называется гомогенностью. Таким образом, изменение способа обработки сказывается лишь на положении случайной величины отклика, которое характеризуется средним значением или медианой. Поэтому все наблюдения отклика принадлежат сдвиговому семейству нормальных распределений.

Говорят, что техника дисперсионного анализа является "робастной". Этот термин, используемый статистиками, означает, что данные допущения могут быть в некоторой степени нарушены, но несмотря на это, технику можно использовать.

При неизвестном законе распределения величин отклика используют непараметрические (чаще всего ранговые) методы анализа.

В основе дисперсионного анализа лежит разделение дисперсии на части или компоненты. Вариацию, обусловленную влиянием фактора, положенного в основу группировки, характеризует межгрупповая дисперсия σ^2. Она является мерой вариации частных средних по группам $\bar{x}_j$ вокруг общей средней $\bar{x}$ и определяется по формуле:

[1] www.sutd.ru

$$\overline{\sigma}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{k}(\overline{x}_j - \overline{x})^2 \times n_j}{\sum_{j=1}^{k} n_j}, \qquad (8.1)$$

где k - число групп;
n_j - число единиц в j-ой группе;
$\overline{x}_j$ - частная средняя по j-ой группе;
$\overline{x}$ - общая средняя по совокупности единиц.

Вариацию, обусловленную влиянием прочих факторов, характеризует в каждой группе внутригрупповая дисперсия σ_j^2.

$$\sigma_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_{ij} - \overline{x}_j)^2}{n}. \qquad (8.2)$$

Между общей дисперсией σ_0^2, внутригрупповой дисперсией σ^2 и межгрупповой дисперсией $\overline{\sigma}^2$ существует соотношение:

$$\sigma_0^2 = \overline{\sigma}^2 + \sigma^2. \qquad (8.3)$$

Внутригрупповая дисперсия объясняет влияние неучтенных при группировке факторов, а межгрупповая дисперсия объясняет влияние факторов группировки на среднее значение по группе[1].

В таблице 8.1 представлен общий вид вычисления значений, с помощью дисперсионного анализа.

Таблица 8.1 – Базовая таблица дисперсионного анализа

Компоненты дисперсии	Сумма квадратов	Число степеней свободы	Средний квадрат	Математическое ожидание среднего квадрата
Межгрупповая	$Q_1 = n\sum_{i=1}^{m}(\overline{x}_{i*} - \overline{x}_{**})^2$	m-1	$S_1^2 = Q_1/(m-1)$	$M(S_1^2 = \begin{cases} \frac{n}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(F_i - F_*)^2 + \\ \sigma^2 (\text{модель I}) \\ n\sigma_F^2 + \sigma^2 (\text{модель II}) \end{cases}$
Внутригрупповая	$Q_2 = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \overline{x}_{i*})^2$	mn-m	$S_1^2 = Q_2/(mn-m)$	$M(S^{2}_{2}) = \sigma^2$
Общая	$Q = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \overline{x}_{**})^2$	mn-1		

Таким образом, процедура однофакторного дисперсионного анализа состоит в проверке гипотезы H_0 о том, что имеется одна группа однородных

[1] Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 2003.-523с.

экспериментальных данных против альтернативы о том, что таких групп больше, чем одна. Под однородностью понимается одинаковость средних значений и дисперсий в любом подмножестве данных. При этом дисперсии могут быть как известны, так и неизвестны заранее. Если имеются основания полагать, что известная или неизвестная дисперсия измерений одинакова по всей совокупности данных, то задача однофакторного дисперсионного анализа сводится к исследованию значимости различия средних в группах данных[1].

Следует сразу же отметить, что принципиальной разницы между многофакторным и однофакторным дисперсионным анализом нет. Многофакторный анализ не меняет общую логику дисперсионного анализа, а лишь несколько усложняет ее, поскольку, кроме учета влияния на зависимую переменную каждого из факторов по отдельности, следует оценивать и их совместное действие. Таким образом, то новое, что вносит в анализ данных многофакторный дисперсионный анализ, касается в основном возможности оценить межфакторное взаимодействие. Тем не менее, по-прежнему остается возможность оценивать влияние каждого фактора в отдельности. В этом смысле процедура многофакторного дисперсионного анализа (в варианте ее компьютерного использования) несомненно более экономична, поскольку всего за один запуск решает сразу две задачи: оценивается влияние каждого из факторов и их взаимодействие[2].

Общая схема двухфакторного эксперимента, данные которого обрабатываются дисперсионным анализом имеет вид:

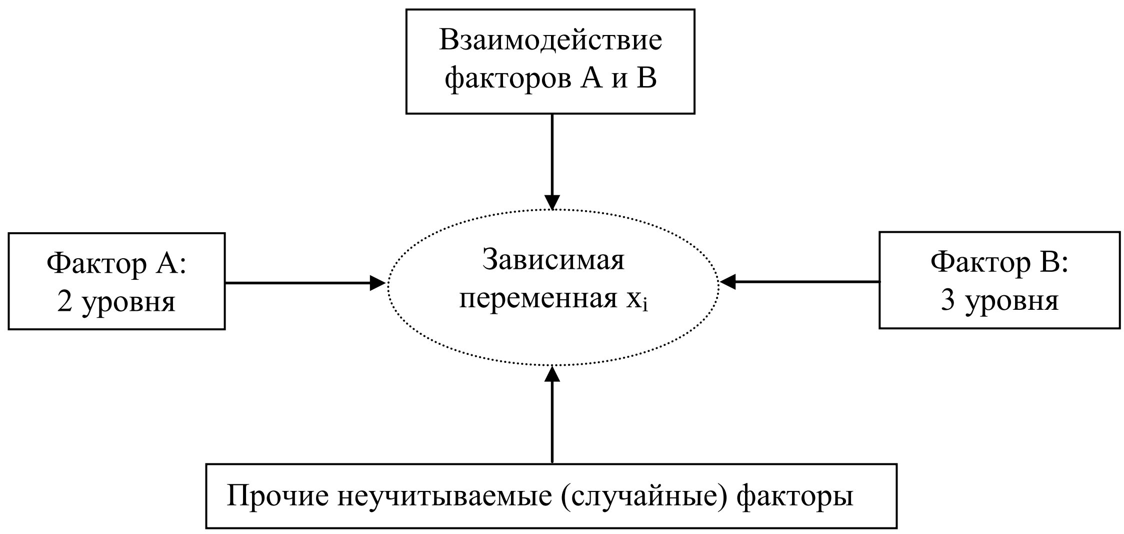


Рисунок 8.1 – Схема двухфакторного эксперимента

Данные, подвергаемые многофакторному дисперсионному анализу, часто обозначают в соответствии с количеством факторов и их уровней.

[1] Кремер Н.Ш. Теория вероятности и математическая статистика. М.: Юнити – Дана, 2002.-343с.
[2] Гусев А.Н. Дисперсионный анализ в экспериментальной психологии. – М.: Учебно-методический коллектор «Психология», 2000.-136с.

Дискриминантный анализ.

Дискриминантный анализ используется для принятия решения о том, какие переменные различают (дискриминируют) две или более возникающие совокупности (группы). Например, некий исследователь в области образования может захотеть исследовать, какие переменные относят выпускника средней школы к одной из трех категорий: (1) поступающий в колледж, (2) поступающий в профессиональную школу или (3) отказывающийся от дальнейшего образования или профессиональной подготовки. Для этой цели исследователь может собрать данные о различных переменных, связанных с учащимися школы. После выпуска большинство учащихся естественно должно попасть в одну из названных категорий. Затем можно использовать Дискриминантный анализ для определения того, какие переменные дают наилучшее предсказание выбора учащимися дальнейшего пути.

Медик может регистрировать различные переменные, относящиеся к состоянию больного, чтобы выяснить, какие переменные лучше предсказывают, что пациент, вероятно, выздоровел полностью (группа 1), частично (группа 2) или совсем не выздоровел (группа 3). Биолог может записать различные характеристики сходных типов (групп) цветов, чтобы затем провести анализ дискриминантной функции, наилучшим образом разделяющей типы или группы [1].

Основная идея дискриминантного анализа заключается в том, чтобы определить, отличаются ли совокупности по среднему какой-либо переменной (или линейной комбинации переменных), и затем использовать эту переменную, чтобы предсказать для новых членов их принадлежность к той или иной группе.

Вероятно, наиболее общим применением дискриминантного анализа является включение в исследование многих переменных с целью определения тех из них, которые наилучшим образом разделяют совокупности между собой. Например, исследователь в области образования, интересующийся предсказанием выбора, который сделают выпускники средней школы относительно своего дальнейшего образования, произведет с целью получения наиболее точных прогнозов регистрацию возможно большего количества параметров обучающихся, например, мотивацию, академическую успеваемость и т.д.

Модель. Другими словами, вы хотите построить «модель», позволяющую лучше всего предсказать, к какой совокупности будет принадлежать тот или иной образец. В следующем рассуждении термин «в модели» будет использоваться для того, чтобы обозначать переменные, используемые в предсказании принадлежности к совокупности; о неиспользуемых для этого переменных будем говорить, что они «вне модели».

---

[1]Электорнный учебник StatSoft // file://localhost/F:/учебники%20по%20статистике/Book_textbook/modules/дискриминантный%20анализ.html

Пошаговый анализ с включением. В пошаговом анализе дискриминантных функций модель дискриминации строится по шагам. Точнее, на каждом шаге просматриваются все переменные и находится та из них, которая вносит наибольший вклад в различие между совокупностями. Эта переменная должна быть включена в модель на данном шаге, и происходит переход к следующему шагу.

Пошаговый анализ с исключением. Можно также двигаться в обратном направлении, в этом случае все переменные будут сначала включены в модель, а затем на каждом шаге будут устраняться переменные, вносящие малый вклад в предсказания. Тогда в качестве результата успешного анализа можно сохранить только «важные» переменные в модели, то есть те переменные, чей вклад в дискриминацию больше остальных.

F для включения, F для исключения. Эта пошаговая процедура «руководствуется» соответствующим значением F для включения и соответствующим значением F для исключения. Значение F статистики для переменной указывает на ее статистическую значимость при дискриминации между совокупностями, то есть, она является мерой вклада переменной в предсказание членства в совокупности. Если вы знакомы с пошаговой процедурой множественной регрессии, то вы можете интерпретировать значение F для включения (исключения) в том же самом смысле, что и в пошаговой регрессии.

Расчет на случай. Пошаговый дискриминантный анализ основан на использовании статистического уровня значимости. Поэтому по своей природе пошаговые процедуры рассчитывают на случай, так как они «тщательно перебирают» переменные, которые должны быть включены в модель для получения максимальной дискриминации. При использовании пошагового метода исследователь должен осознавать, что используемый при этом уровень значимости не отражает истинного значения альфа, то есть, вероятности ошибочного отклонения гипотезы H0 (нулевой гипотезы, заключающейся в том, что между совокупностями нет различия)[1].

В общем, Дискриминантный анализ - это очень полезный инструмент:

1) для поиска переменных, позволяющих относить наблюдаемые объекты в одну или несколько реально наблюдаемых групп,

2) для классификации наблюдений в различные группы.

Факторный анализ.

Главными целями факторного анализа являются:

1) сокращение числа переменных (редукция данных);

2) определение структуры взаимосвязей между переменными, т.е. классификация переменных.

[1] Электорнный учебник // file://localhost/F:/учебники%20по%20статистике/Book_textbook/modules/дискриминантный%20анализ.html

Поэтому факторный анализ используется либо как метод сокращения данных, либо как метод классификации (термин факторный анализ впервые ввел Thurstone, 1931).

Зависимость между переменными можно обнаружить с помощью диаграммы рассеяния. Полученная путем подгонки линия регрессии дает графическое представление зависимости. Если определить новую переменную на основе линии регрессии, изображенной на диаграмме рассевания, то такая переменная будет включать в себя наиболее существенные характеристики обеих переменных. Итак, фактически, вы сократили число переменных и заменили две одной.

Факторный анализ - это метод разведочного анализа.

Канонический анализ.

Каноническая корреляция позволяет исследовать зависимость между двумя наборами переменных (и применяется для проверки гипотез или как метод разведочного анализа). Например, исследователь в сфере образования может оценить зависимость между навыками по трем учебным дисциплинам и оценками по пяти школьным предметам. Социолог может исследовать зависимость между прогнозами социальных изменений, печатаемыми в двух газетах, и реальными изменениями, оцененными с помощью четырех различных статистических признаков. Исследователь-медик может изучить зависимость между различными неблагоприятными факторами и появлением определенной группы симптомов. Во всех этих случаях нас интересуют зависимости между двумя группами переменных. Для анализа таких зависимостей и предназначен метод канонической корреляции.

Кластерный анализ.

Термин кластерный анализ (впервые ввел Tryon, 1939) в действительности включает в себя набор различных алгоритмов классификации. В отличие от комбинационных группировок кластерный анализ приводит к разбиению на группы с учетом всех группировочных признаков одновременно. При этом, как правило, не указаны четкие границы каждой группы, а также неизвестно заранее, сколько же групп целесообразно выделить в исследуемой совокупности.

Методы кластерного анализа используются для решения задачи уменьшения количества переменных, необходимых для описания исследуемого явления, объекта, системы и выделения в этом пространстве наиболее важных характеристик или скрытых факторов.

Метод кластерного анализа позволяет строить классификацию n объектов посредством объединения их в группы или кластеры на основе критерия минимума расстояния в пространстве т переменных, описывающих объекты. Метод позволяет находить множества объектов на заданное число кластеров.

Исходные данные для кластерного анализа представляются в виде матрицы размером Т х П, содержащей информацию одного из следующих трех типов: тип - измерения X_{ij} значений т переменных для п объектов; тип - квадратная (т = п) матрица расстояний между парами объектов; тип - квадратная (т = п) матрица близостей для всех пар п объектов.

В качестве ориентира для определения возможного числа кластеров используется графическое изображение процесса агломерации, представленное дендрограммой. В расчет также принимались величин расстояний между объединяемыми элементами.

Так как исследуемые показатели имеют разную размерность, то для приведения их в сопоставимый вид проводится процедура стандартизации.

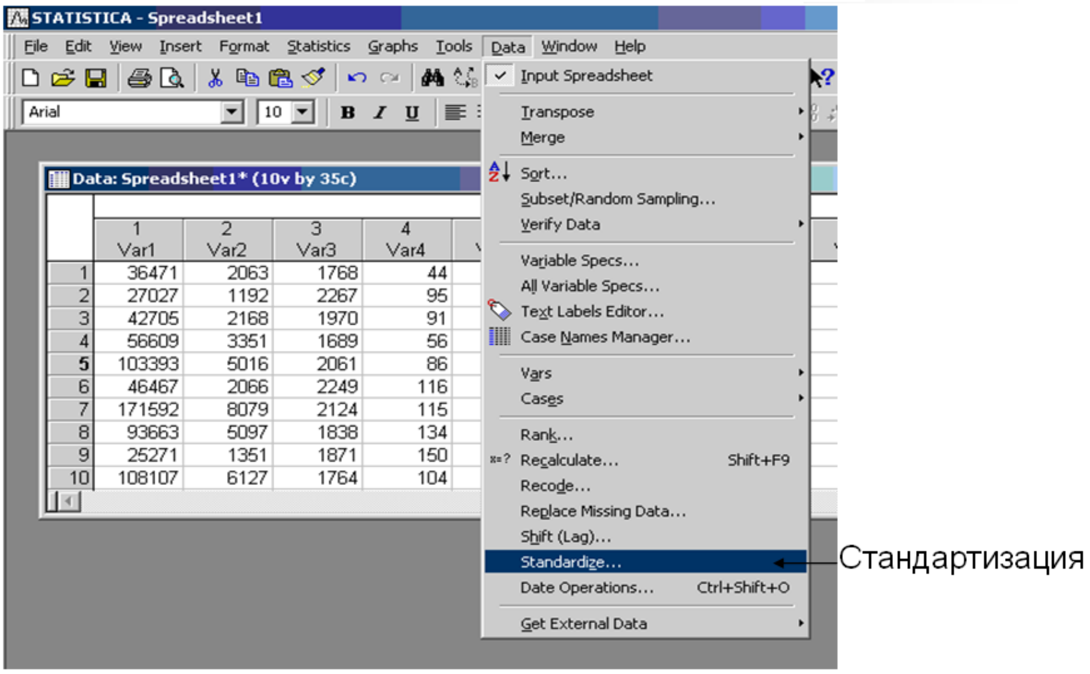
Логлинейный анализ.

Логлинейный анализ предоставляет «высоконаучный» подход к рассмотрению таблиц сопряженности (при проведении разведочного анализа данных и проверке гипотез), и иногда рассматривается в качестве эквивалента дисперсионного анализа для таблиц частот. Более точно, он позволяет пользователю проверить статистическую значимость влияния различных факторов (например, пол, место жительства и т.п.) и их взаимодействий при построении таблиц сопряженности.

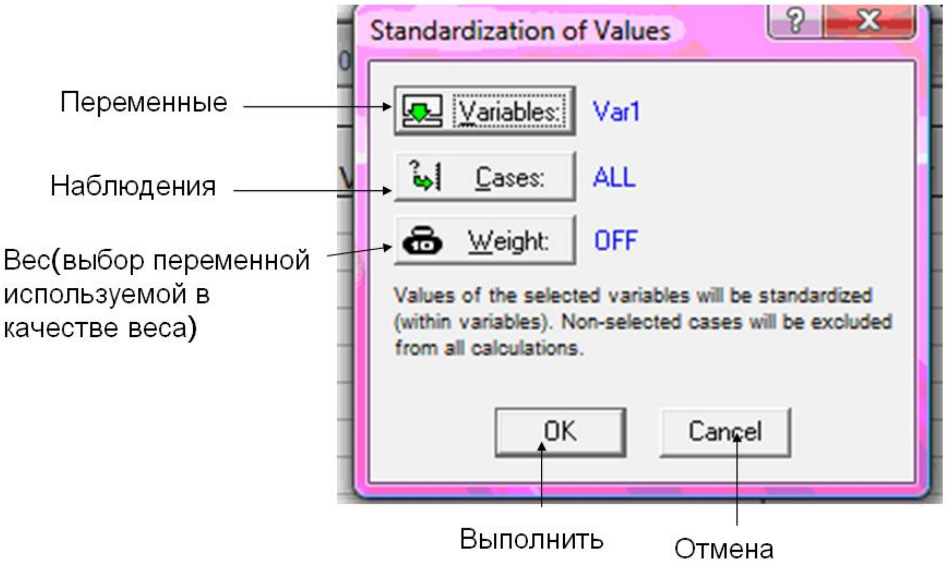
Помимо представленных методов исследования и с учетом ускоренного процесса развития статистического и эконометрического инструментария на практике применяется широкий спектр и других методов многомерного статистического исследования.

Пример 8.1. Реализация процедуры «Кластерный анализ» в пакете Statistica 6.0.

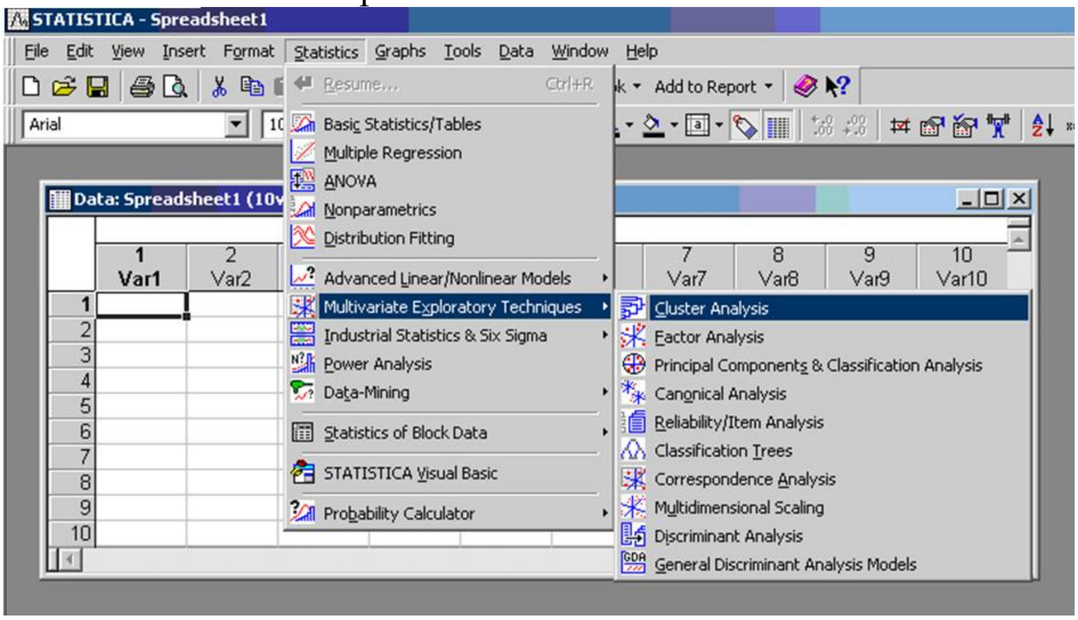
1. Нормирование (стандартизация) данных:



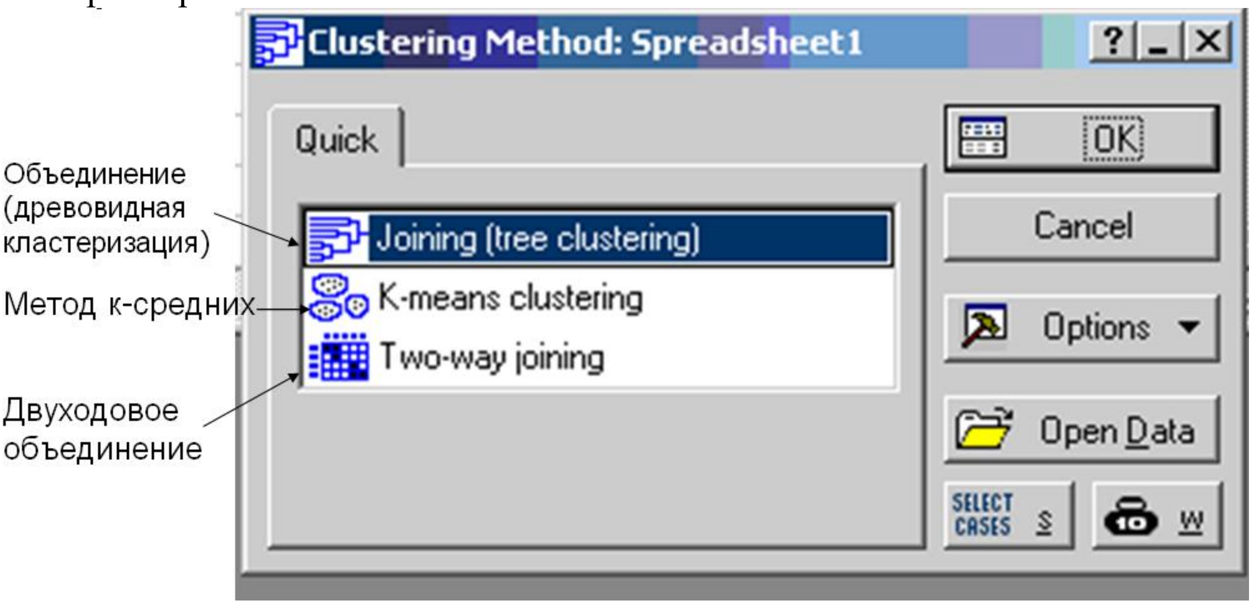
2. Меню стандартизации данных:



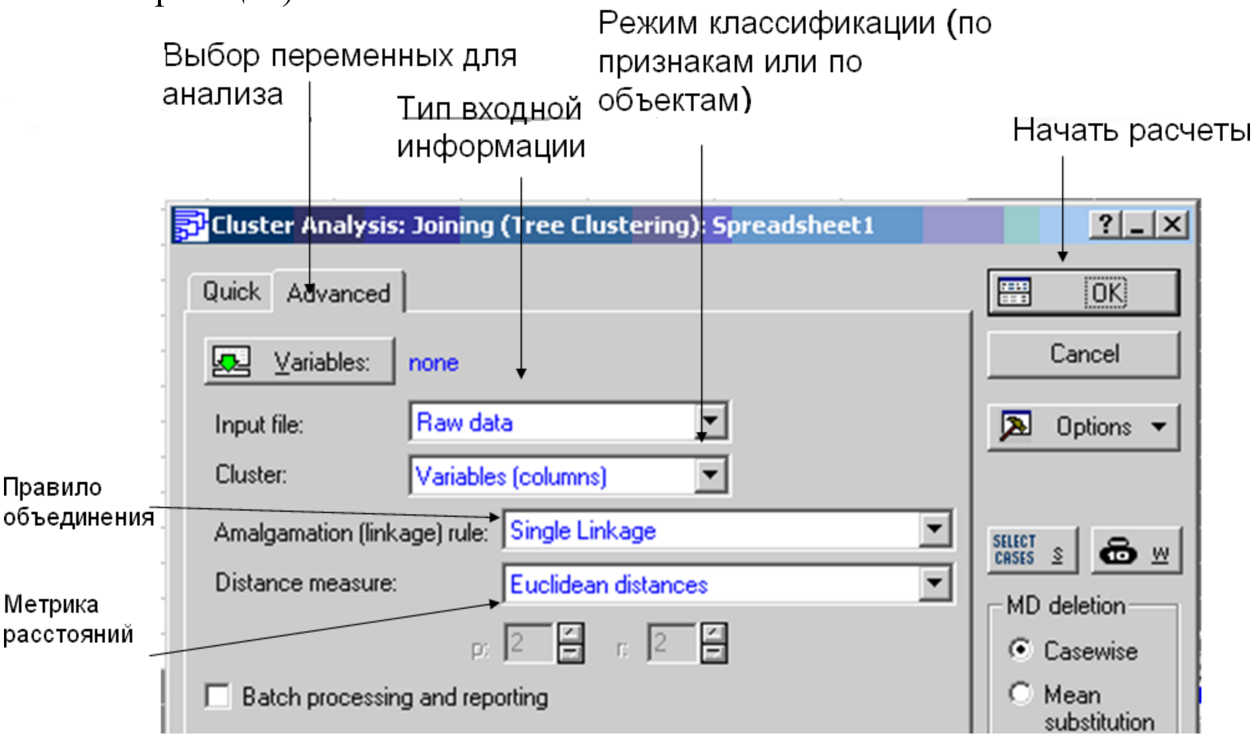
3. Вызов меню кластерного анализа:



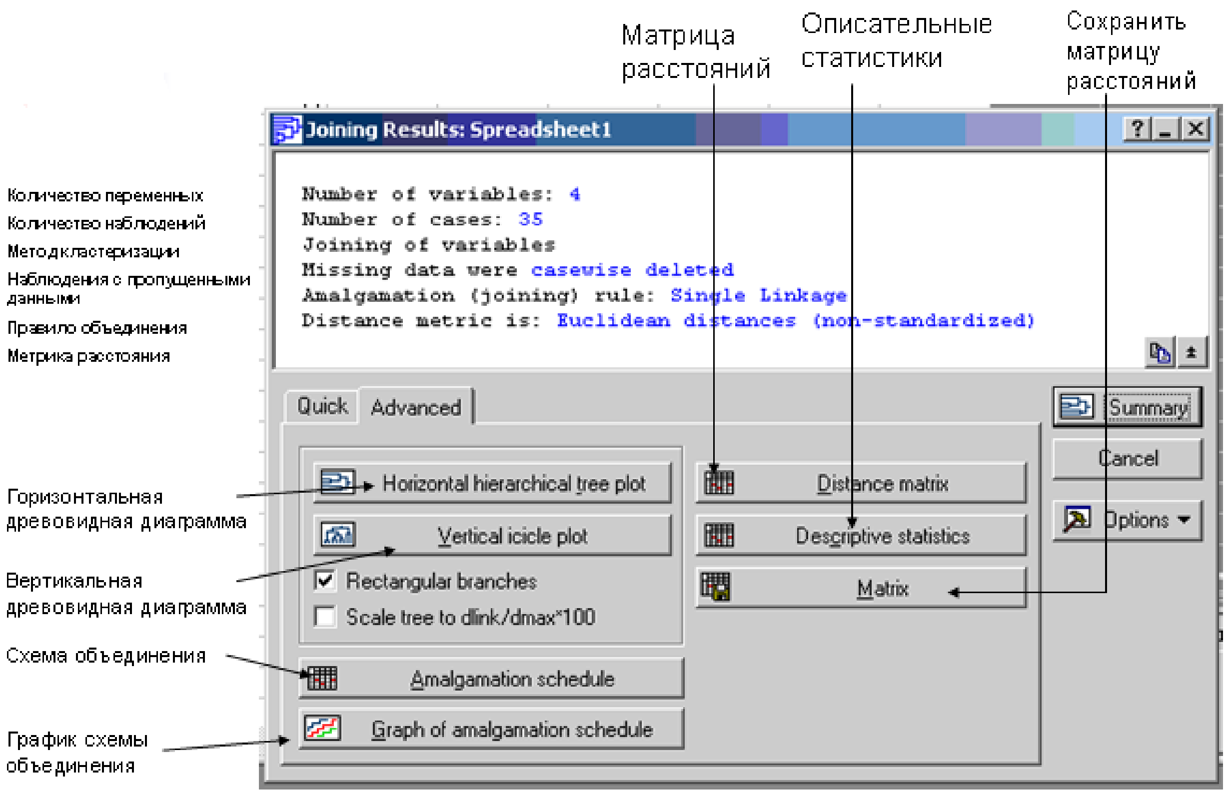
4. Иерархическая (древовидная) кластеризация. Задание выходных параметров:



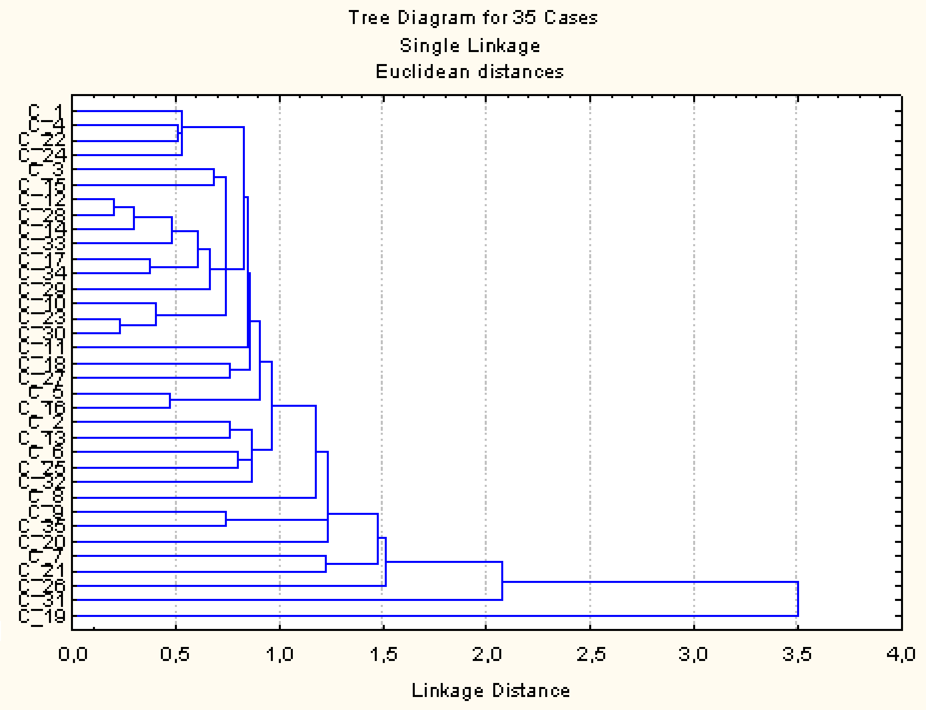
5. Панель модуля кластерного анализа: объединение (древовидная кластеризация):



6. Результаты объединения:

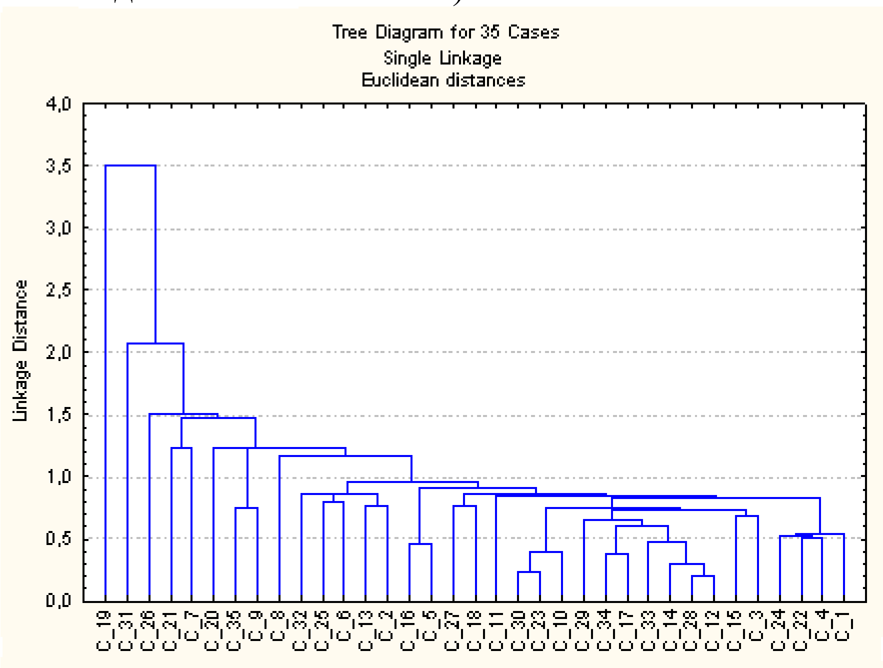


7. При нажатии клавиши  появляется горизонтальная древовидная диаграмма (случай объединения по объектам):



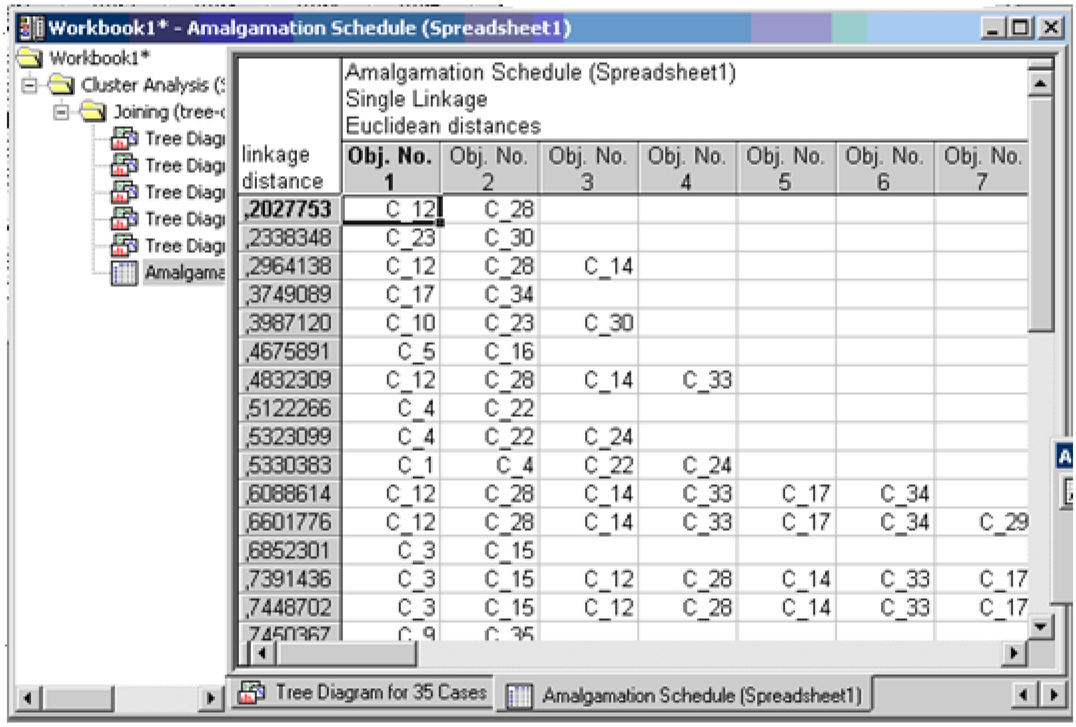
8. При нажатии клавиши 

появляется горизонтальная древовидная диаграмма (случай объединения по объектам):



9. При нажатии клавиши 

откроется окно, содержащее протокол объединения кластеров:



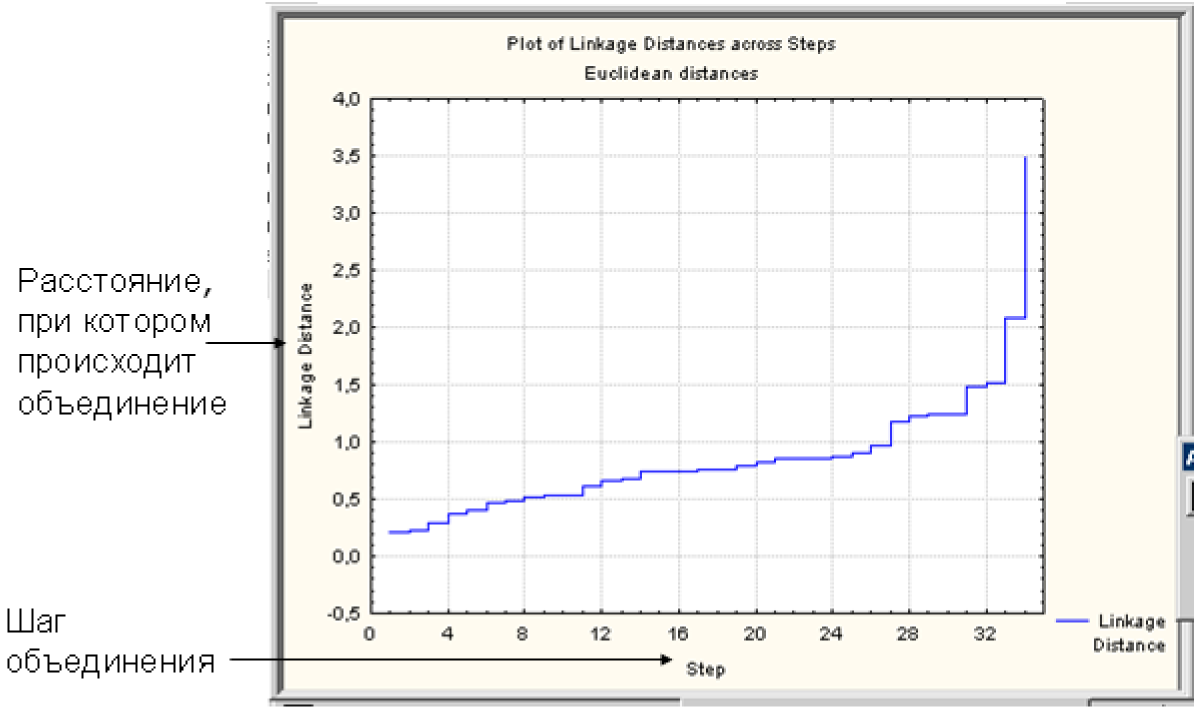
Workbook1* - Amalgamation Schedule (Spreadsheet1)

Amalgamation Schedule (Spreadsheet1)
Single Linkage
Euclidean distances

linkage distance	Obj. No. 1	Obj. No. 2	Obj. No. 3	Obj. No. 4	Obj. No. 5	Obj. No. 6	Obj. No. 7
,2027753	C_12	C_28					
,2338348	C_23	C_30					
,2964138	C_12	C_28	C_14				
,3749089	C_17	C_34					
,3987120	C_10	C_23	C_30				
,4675891	C_5	C_16					
,4832309	C_12	C_28	C_14	C_33			
,5122266	C_4	C_22					
,5323099	C_4	C_22	C_24				
,5330383	C_1	C_4	C_22	C_24			
,6088614	C_12	C_28	C_14	C_33	C_17	C_34	
,6601776	C_12	C_28	C_14	C_33	C_17	C_34	C_29
,6852301	C_3	C_15					
,7391436	C_3	C_15	C_12	C_28	C_14	C_33	C_17
,7448702	C_3	C_15	C_12	C_28	C_14	C_33	C_17
,7450367	C_9	C_35					

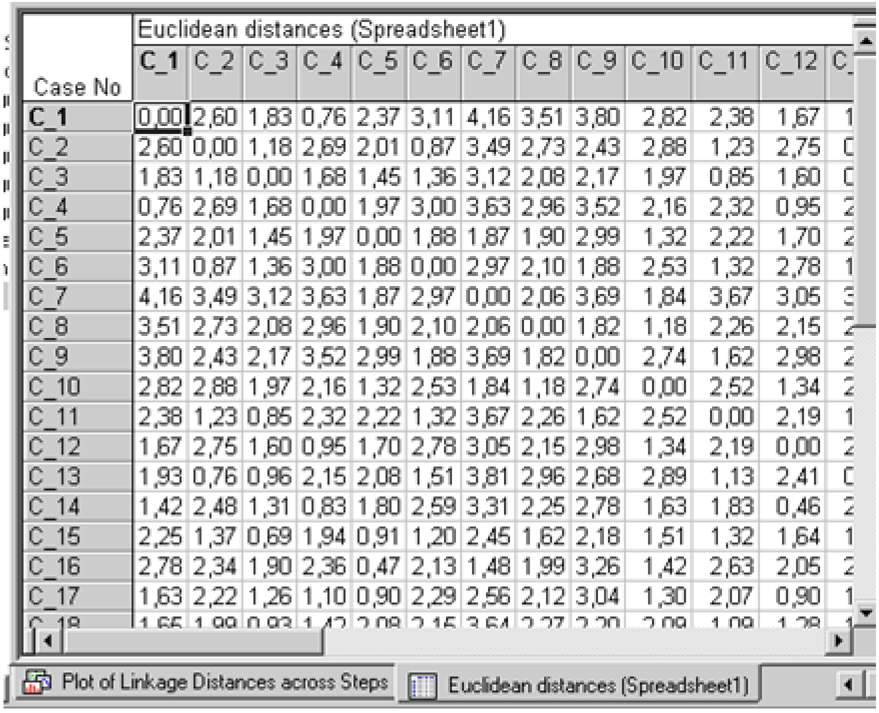
10.При нажатии клавиши 

выводится график изменений расстояний при объединении кластеров:



11. При нажатии клавиши 

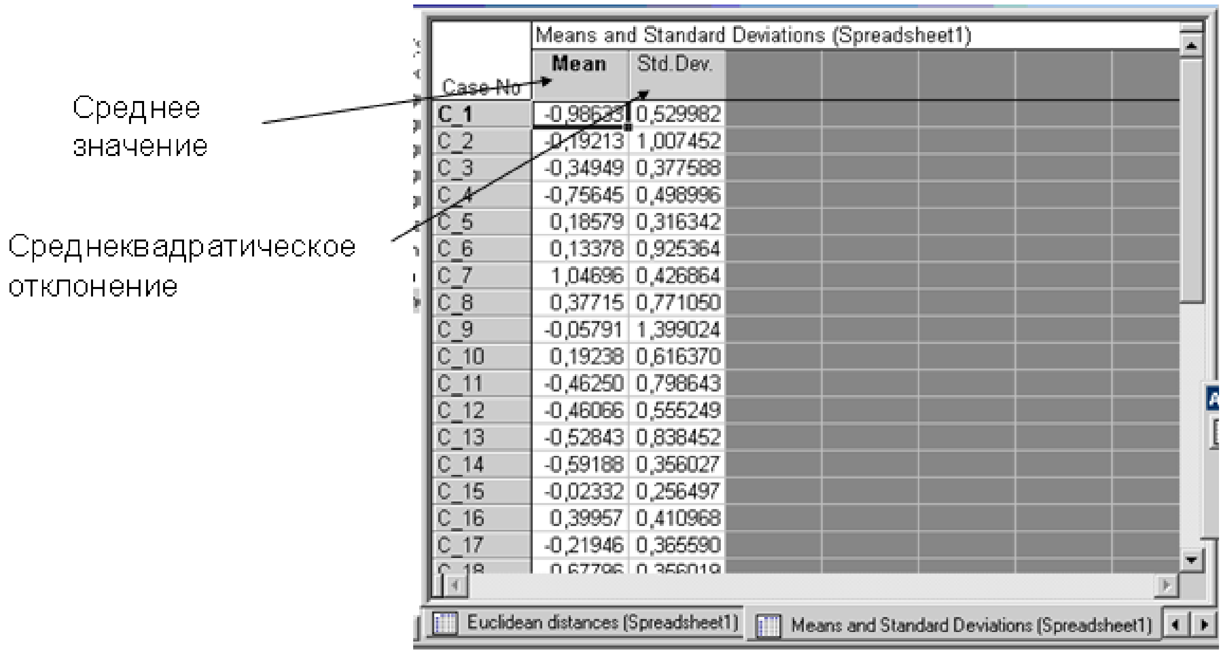
выводится матрица расстояний:



Case No	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9	C_10	C_11	C_12
C_1	0,00	2,60	1,83	0,76	2,37	3,11	4,16	3,51	3,80	2,82	2,38	1,67
C_2	2,60	0,00	1,18	2,69	2,01	0,87	3,49	2,73	2,43	2,88	1,23	2,75
C_3	1,83	1,18	0,00	1,68	1,45	1,36	3,12	2,08	2,17	1,97	0,85	1,60
C_4	0,76	2,69	1,68	0,00	1,97	3,00	3,63	2,96	3,52	2,16	2,32	0,95
C_5	2,37	2,01	1,45	1,97	0,00	1,88	1,87	1,90	2,99	1,32	2,22	1,70
C_6	3,11	0,87	1,36	3,00	1,88	0,00	2,97	2,10	1,88	2,53	1,32	2,78
C_7	4,16	3,49	3,12	3,63	1,87	2,97	0,00	2,06	3,69	1,84	3,67	3,05
C_8	3,51	2,73	2,08	2,96	1,90	2,10	2,06	0,00	1,82	1,18	2,26	2,15
C_9	3,80	2,43	2,17	3,52	2,99	1,88	3,69	1,82	0,00	2,74	1,62	2,98
C_10	2,82	2,88	1,97	2,16	1,32	2,53	1,84	1,18	2,74	0,00	2,52	1,34
C_11	2,38	1,23	0,85	2,32	2,22	1,32	3,67	2,26	1,62	2,52	0,00	2,19
C_12	1,67	2,75	1,60	0,95	1,70	2,78	3,05	2,15	2,98	1,34	2,19	0,00
C_13	1,93	0,76	0,96	2,15	2,08	1,51	3,81	2,96	2,68	2,89	1,13	2,41
C_14	1,42	2,48	1,31	0,83	1,80	2,59	3,31	2,25	2,78	1,63	1,83	0,46
C_15	2,25	1,37	0,69	1,94	0,91	1,20	2,45	1,62	2,18	1,51	1,32	1,64
C_16	2,78	2,34	1,90	2,36	0,47	2,13	1,48	1,99	3,26	1,42	2,63	2,05
C_17	1,63	2,22	1,26	1,10	0,90	2,29	2,56	2,12	3,04	1,30	2,07	0,90

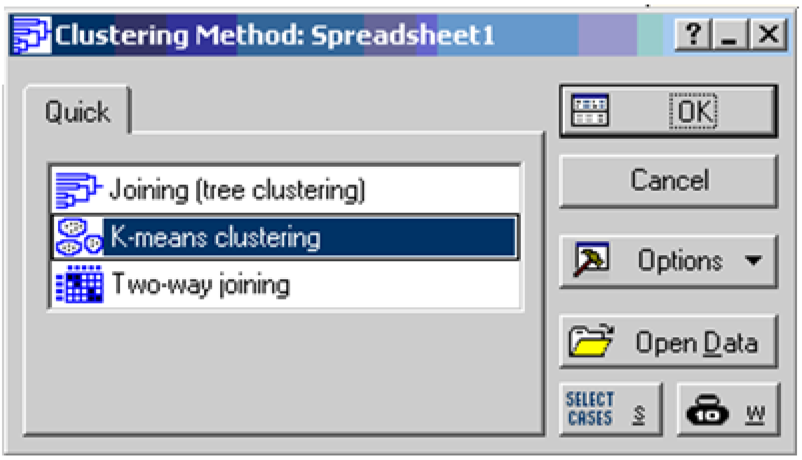
12.При нажатии клавиши 

появляются описательные статистики:

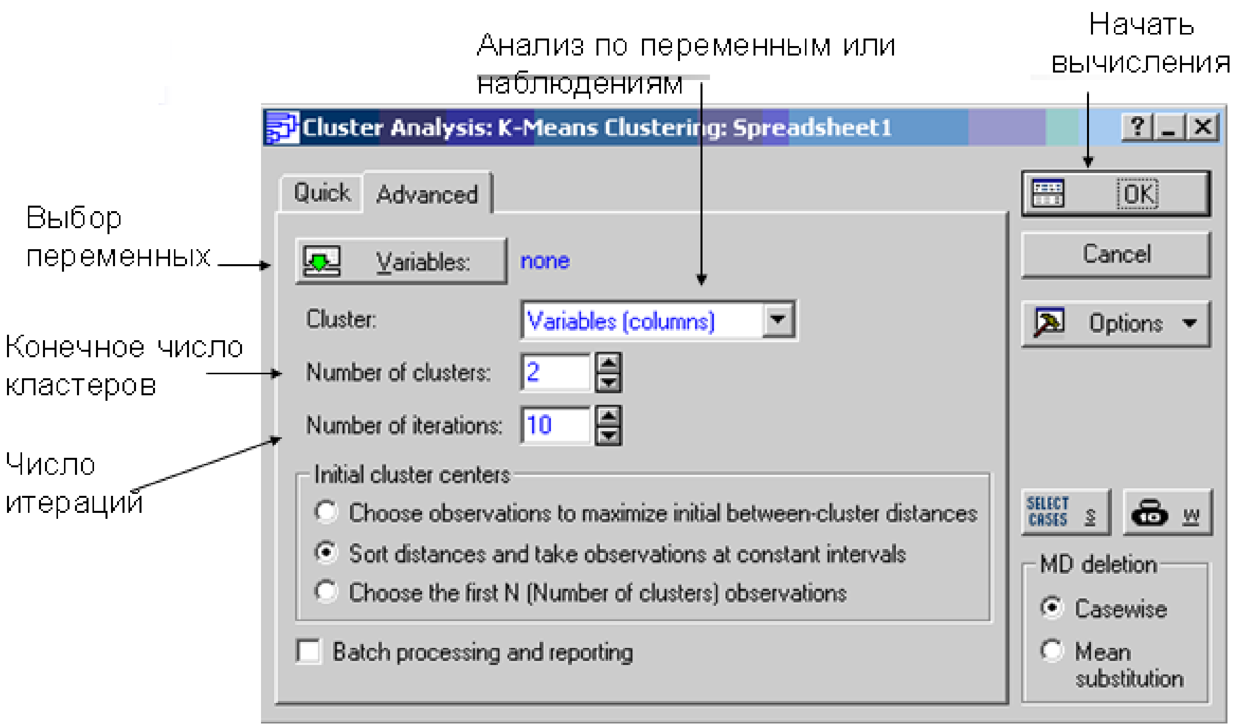


Case No	Mean	Std.Dev.
C_1	-0,98633	0,529982
C_2	-0,19213	1,007452
C_3	-0,34949	0,377588
C_4	-0,75645	0,498996
C_5	0,18579	0,316342
C_6	0,13378	0,925364
C_7	1,04696	0,426864
C_8	0,37715	0,771050
C_9	-0,05791	1,399024
C_10	0,19238	0,616370
C_11	-0,46250	0,798643
C_12	-0,46066	0,555249
C_13	-0,52843	0,838452
C_14	-0,59188	0,356027
C_15	-0,02332	0,256497
C_16	0,39957	0,410968
C_17	-0,21946	0,365590

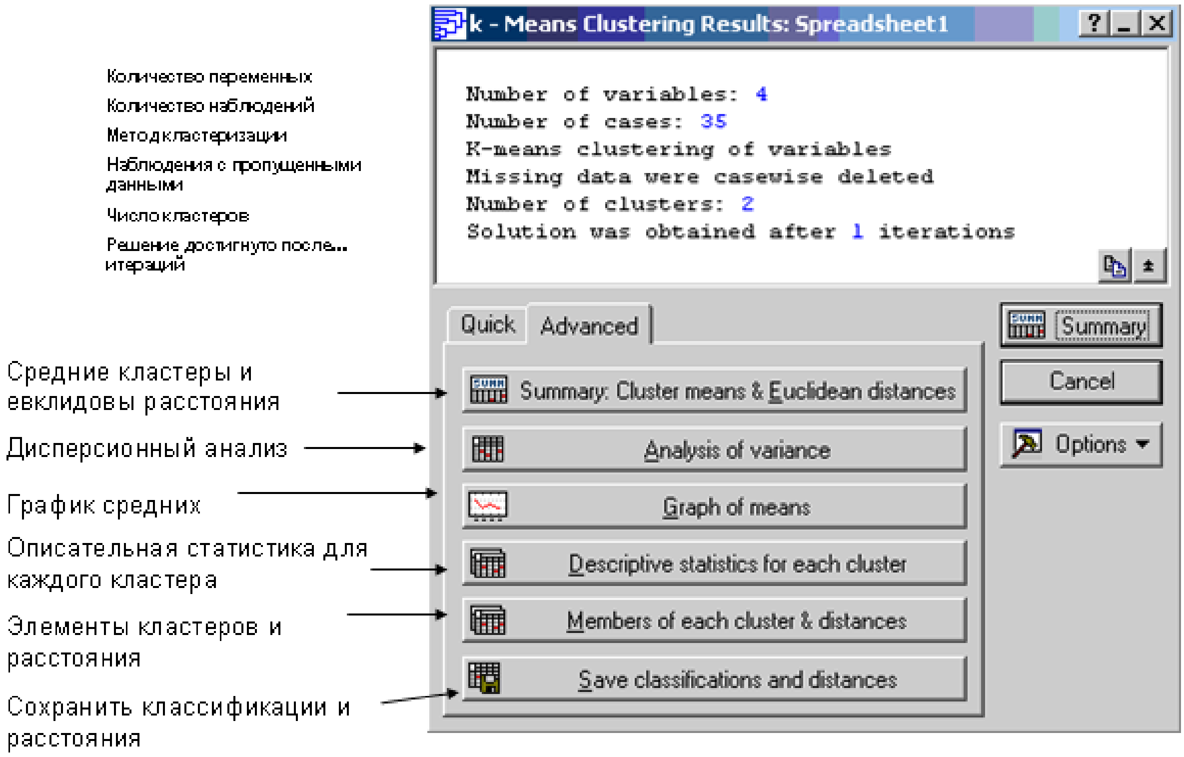
13.Метод к- средних. Панель модуля кластерный анализ: кластеризация методом к - средних:



14.Панель модуля кластерного анализа: методом к – средних:

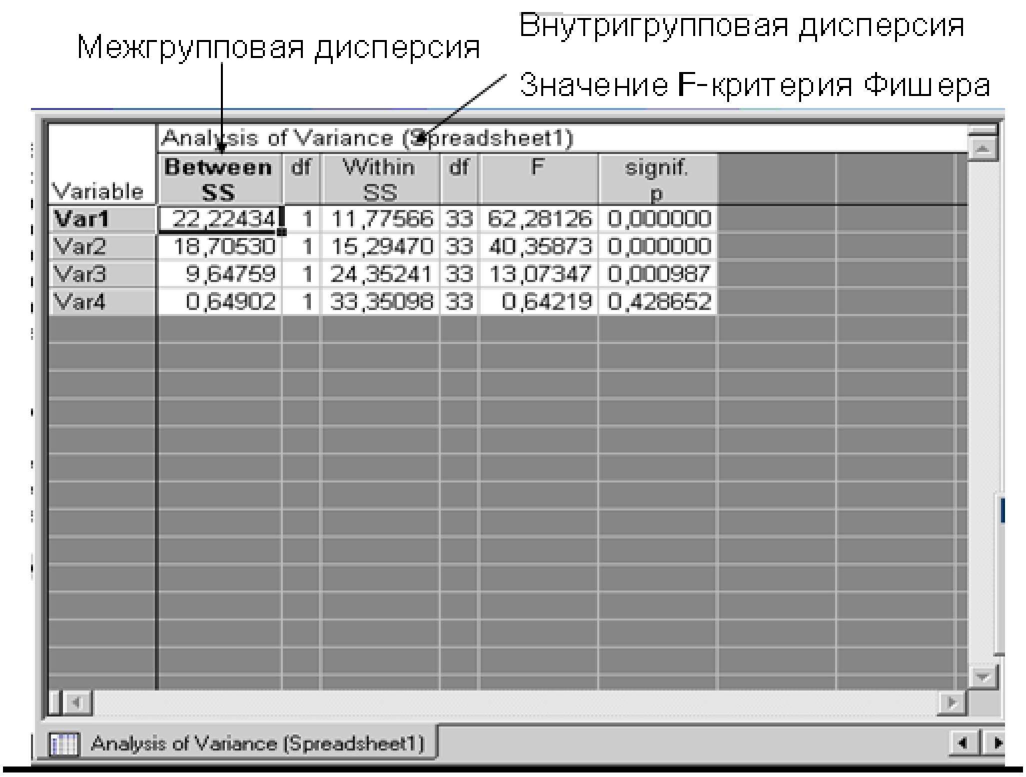


15. Панель результатов метода к – средних:



16.Нажатие клавиши 

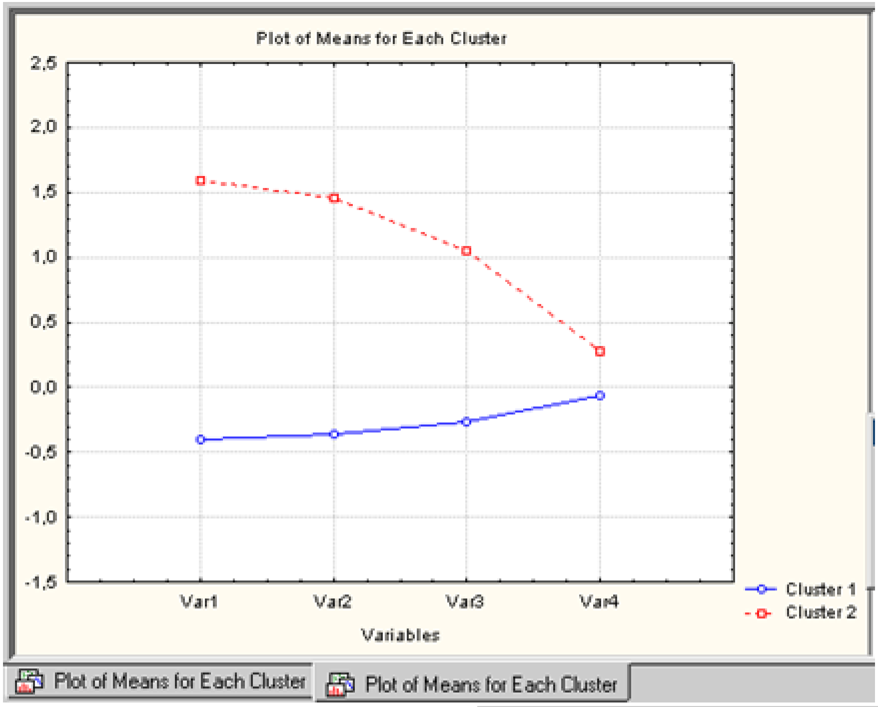
вызывает появление результатов дисперсионного анализа:



Variable	Between SS	df	Within SS	df	F	signif. p
Var1	22,22434	1	11,77566	33	62,28126	0,000000
Var2	18,70530	1	15,29470	33	40,35873	0,000000
Var3	9,64759	1	24,35241	33	13,07347	0,000987
Var4	0,64902	1	33,35098	33	0,64219	0,428652

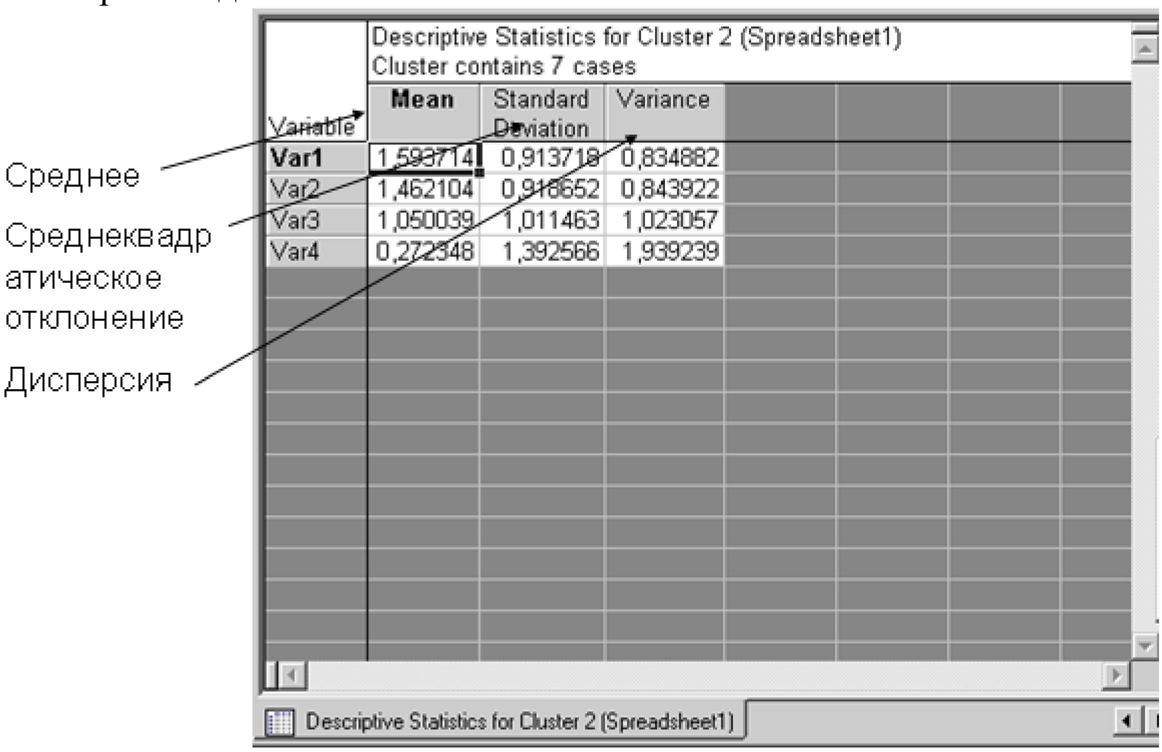
17. Нажатие клавиши 

вызывает появление графика средних значений для каждого кластера по анализируемым переменным:



18. При нажатии клавиши 

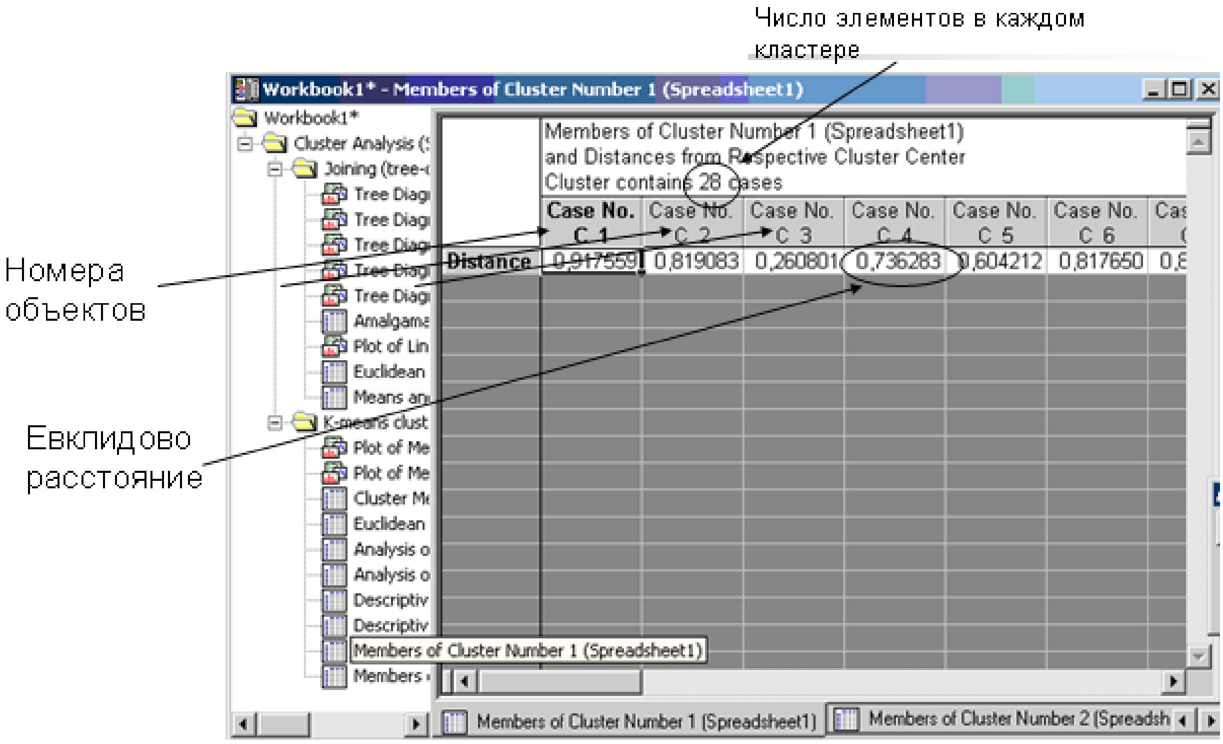
появляются окна, количество которых, соответствует количеству кластеров. Вид окна:



Variable	Mean	Standard Deviation	Variance
Var1	1,593714	0,913718	0,834882
Var2	1,462104	0,918652	0,843922
Var3	1,050039	1,011463	1,023057
Var4	0,272348	1,392566	1,939239

19. При нажатии клавиши 

появляются окна, количество которых, соответствует количеству кластеров. Вид окна:


Число элементов в каждом кластере
Номера объектов
Евклидово расстояние
Workbook1* - Members of Cluster Number 1 (Spreadsheet1)
Members of Cluster Number 1 (Spreadsheet1)
and Distances from Respective Cluster Center
Cluster contains 28 cases
Case No. C_1
Case No. C_2
Case No. C_3
Case No. C_4
Case No. C_5
Case No. C_6
Distance
0,917559
0,819083
0,260801
0,736283
0,604212
0,817650

9 СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Статистический прогноз (conditional prediction) - прогноз, применяемый тогда, когда предусматривается, что лицо, принимающее решение, может осуществлять различные меры, которые способны воздействовать на прогнозируемые показатели.

Различают активный и пассивный статистический прогноз. Например, если наблюдается неблагоприятная тенденция к понижению фондоотдачи, то пассивный прогноз предскажет дальнейшее снижение этого показателя. Активный же прогноз ответит на вопрос, что будет, если окажется принятой та или иная программа действий по повышению эффективности фондов.

Для реализации статистического прогноза используются определенные методы. Выделяют следующие методы статистического прогнозирования (рисунок 9.1).

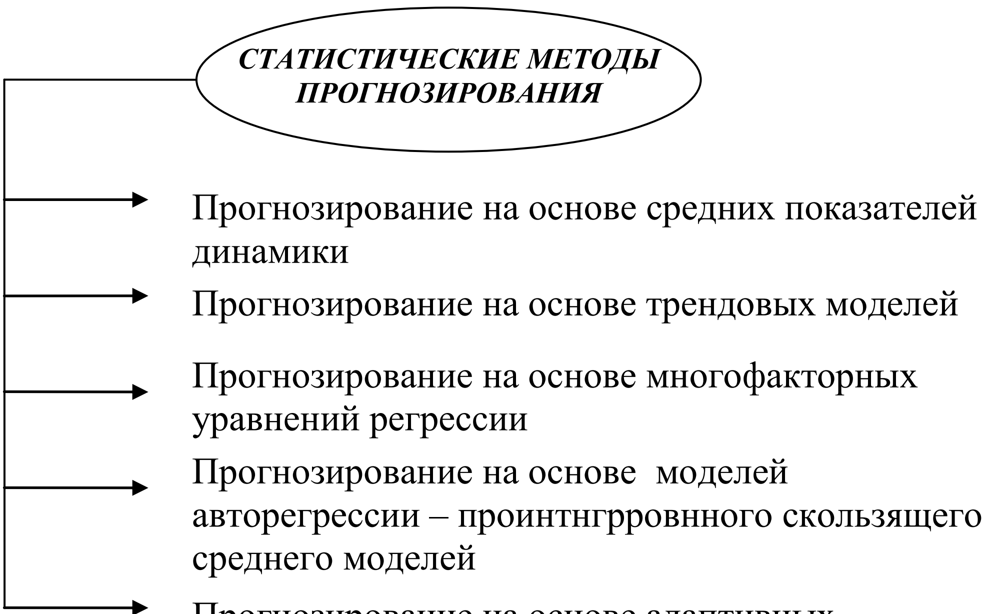


Рисунок 9.1 – Статистические методы прогнозирования, используемые в анализе экономических процессов

Статистические методы прогнозирования дополняются эконометрическими методами анализа, статистическими методами прогнозирования, приемами эконометрического моделирования и другими.

Рассмотрим более детально методы прогнозирования, представленные на рисунке 9.1.

Простейшими методами прогнозирования динамики являются методы **прогнозирования на основе среднего абсолютного прироста** и **среднего темпа роста.**

Прогноз на основе абсолютного прироста (9.1).

$$S_t = S_0 + \overline{\Delta}_s \cdot t, \qquad (9.1)$$

где S_t - прогнозируемый уровень;

S_0 - конечный уровень исходного ряда;

$\overline{\Delta}_s$ - средний абсолютный прирост за ряд лет, примыкающий к началу прогнозного периода: $\overline{\Delta}_s = \frac{S_n - S_0}{n-1}$

t – номер периода, на которое делается прогноз.

Прогноз на основе среднего темпа роста (9.2).

$$S_t = S_0 \cdot \overline{T}_s^{\,t}, \qquad (9.2)$$

где S_t - прогнозируемый уровень;

S_0 - - конечный уровень исходного ряда;

$\overline{T}_s^{\,t}$ - средний темп роста численности за ряд лет, примыкающих к началу прогнозируемого периода: $\overline{T}_s^{\,t} = \sqrt[n-1]{\frac{S_n}{S_0}}$

t – номер периода, на которое делается прогноз.

Прогнозирование на основе трендовых моделей. Для описания тенденции временного ряда на практике используют модели кривых роста, описывающиеся формулой вида:

$$y = f(x) \qquad (9.3)$$

При таком научном подходе предполагается, что изучаемое явление связано с течением времени. Точно выбранная модель кривой роста должна соответствовать характеру изменений изучаемого явления. Прогнозирование на основе модели кривой роста основано на экстраполяции, т.е. на продлении в будущее тенденции, наблюдавшейся за предыдущие периоды времени.

Проблема выбора кривой роста – первоочередная при прогнозировании, т.к. от ее правильности зависит точность исследования в целом и, соответственно, точность прогноза.

В современной литературе описано несколько десятков кривых роста, к ним относятся: линейные (прямая) и нелинейные (гипербола, парабола, экспонента, логарифма, кривая Гомперца и т.д.)

Процедура разработки прогноза с использованием кривых роста включает несколько этапов:

Этап 1. определение наличия (отсутствия) тенденции в исходном динамическом ряду

↓

Этап 2. подбор кривых роста, описывающих имеющийся временной ряд

↓

Этап 3. оценка параметров кривых роста

↓

Этап 4. оценка точности и адекватности модели

↓

Этап 5. расчет точечного и интервального прогнозов

↓

Этап 6. принятие управленческих решений

Этап 1. Для того чтобы анализировать исходные данные и прогнозировать их дальнейшее развитие, в первую очередь необходимо выяснить существует ли тенденция вообще в изучаемом явлении. Это осуществляется путем проверки статистической гипотезы о случайности ряда. Для этого могут быль использованы критерий серий, основанный на медиане выборки, критерий «восходящих и нисходящих» серий или метод Фостара-Стюрта.

Этап 2. Если тенденция существует, то переходим к выбору кривой роста, наиболее точно описывающей процесс изменения в исследуемом явлении. После выявления тенденции приступаем к выбору лучшего уравнения тренда. Лучшим считается то уравнение тренда, в котором коэффициент апроксимациии очень близок к единице. Существует несколько методов облегчающих процесс выбора формы кривой роста. Наиболее простой метод – визуальный, опирающийся на графическое изображении.

Самым простым типом тренда является прямая линия, описываемая линейным уравнением тренда:

$$\tilde{y}_i = a + b \cdot t_i, \qquad (9.4)$$

где $\tilde{y}_i$ - выровненные, т.е. лишенные колебаний, уровни тренда для лет с номером i;

a - свободный член уравнения, численно равный среднему выровненному уровню для момента или периода времени, принятого за начало отсчета;

b - средняя величина изменения уровней ряда за единицу изменения времени.

Основные свойства тренда в форме прямой линии таковы:

- равные изменения за равные промежутки времени;

- если средний абсолютный прирост - положительная величина, то относительные приросты или темпы прироста постепенно уменьшаются;
- если тенденция к сокращению уровней, а изучаемая величина является по определению положительной, то среднее изменение b не может быть больше среднего уровня a;
- при линейном тренде ускорение, т.е. разность абсолютных приростов за последние периоды, равно 0.

Помимо прямолинейного тренда в статистике при анализе временных рядов также могут использовать параболический, экспоненциальный, логарифмический, гиперболический и логистический тренды.

<u>Этап 3.</u> Оценка параметров кривых роста осуществляется с помощью метода наименьших квадратов (МНК), суть которого сводится к минимизации квадрата отклонений фактических и теоретических значений временного ряда:

$$\sum (y_i - \tilde{y}_i)^2 \to \min \tag{9.5}$$

В результате минимизации получается система нормальных уравнений, имеющая решение. Решение системы нормальных уравнений позволяет вычислить оценки искомых коэффициентов.

<u>Этап 4.</u> Проверка адекватности выбранных моделей реальному процессу строится при анализе случайных компонент. Ряд остатков как отклонение физических уровней от выровненных:

$$e_t = y_t - \hat{y}_t \tag{9.6}$$

Принято считать, что модель адекватно описываемому процессу, если значение остаточной компоненты подчиняется случайному закону распределения.

Если вид функции выбран неудачно, то последовательные значения ряда остатков могут не обладать свойствами независимости, так как они могут коррелировать между собой, т.е. будет иметь место автокорреляции ошибок. Существует несколько методов обнаружения автокорреляции. Наиболее распространен критерий Дарбина – Уотсона:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n} (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} {e_t}^2} \approx 2(1 - r_t) \tag{9.7}$$

где r_t - коэффициент автокорреляции первого порядка.

Если в ряду остатков имеется сильная положительная автокорреляция, то d=0. Если сильная отрицательная, то d=4. При отсутствии автокорреляции d=2. Применение на практике данного критерия основано на сравнении величины d с теоретическими табулированными значениями d_1 и d_2.

Если $d \langle d_1$, то нулевая гипотеза о независимости случайных отклонений отвергается (отсутствие автокорреляции).

Если $d > d_2$, то нулевая гипотеза не отвергается.

Если $d_1 \le d \le d_2$, нет достаточных оснований для принятия решений.

Когда расчетное значение d превышает 2, то с d_1 и d_2 сравнивается не сам коэффициент d, а $(4-d)$.

Важнейшими характеристиками качества моделей являются показатели ее точности:

Абсолютная ошибка прогноза: $\Delta t = \hat{y}_t - y_t$ (9.8)

Относительная ошибка прогноза: $\delta_t = \frac{\hat{y}_t - y_t}{y_t} * 100$ (9.9)

Средняя абсолютная ошибка по модулю: $S_t = \frac{\sum |\hat{y}_t - y_t|}{n}$ (9.10)

Средняя относительная ошибка по модулю: $|\bar{\delta}_t| = \frac{1}{n}\sum\left|\frac{\hat{y}_t - y_t}{y_t}\right| * 100$ (9.11)

Если $|\bar{\delta}_t| < 10\%$, это свидетельствует о высокой точности. Если $10\% \le |\bar{\delta}_t| \le 20\%$ - точность хорошей модели. Если $|\bar{\delta}_t| > 20\%$, но $|\bar{\delta}_t| < 50\%$ - удовлетворительная точность.

Этап 5. После проведенного предварительного анализа переходим к прогнозированию простой трендовой модели. Простая трендовая модель динамики – это уравнение тренда с указанием начала отсчета единиц времени. Прогноз по этой модели заключается в подстановке в уравнение тренда номера периода, который прогнозируется. Такой прогноз называется точечным. Точечный прогноз – «это скорее абстракция, чем реальность» [2], поэтому необходимо также делать интервальный прогноз. При таком прогнозе учитываются как вызванная колеблемостью ошибка репрезентативности выборочной оценки тренда, так и колебания уровней в отдельные периоды (моменты) относительно тренда.

Изучение закономерностей развития явлений, выявление и характеристика трендов создают базу для прогнозирования, т.е. для определения ориентированных размеров явлений в будущем.

Экстраполяция применяется в перспективном прогнозировании. Предполагает, что установленная тенденция в прошлом периоде будет сохраняться и в будущем. Для этих целей могут быть использованы выравнивание уровней динамического ряда по способу наименьших квадратов и подстановка в полученное уравнение соответствующих значений t.

Прежде всего, вычисляют точечный прогноз – значение уравнения тренда, получаемое при подстановке в уравнение тренда номера прогнозируемого года t_m, однако параметры тренда, вычисленные по ограниченному периоду – это лишь выборочные оценки генеральных параметров. Прогноз должен иметь вероятностный характер, как любое суждение о будущем. Для этого вычисляется средняя ошибка прогноза положения тренда на год за номером t_m, обозначающая m_y, по формуле:

$$m_y = S(t)\cdot\sqrt{\frac{1}{N}+\frac{(t_m-\bar{t})^2}{\sum(t_i-\bar{t})^2}} \qquad (9.12)$$

где N- число уровней исходного ряда;

t_m - номер прогнозируемого года;

S(t) – среднее квадратическое отклонение уровней от тренда.

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{\sum_{1}^{n}\left(y_t-\hat{y}_t\right)^2}{n-p}} \qquad (9.13)$$

где n – число уровней; p – число параметров тренда;

$y_t, \hat{y}_t$ - соответственно фактические и расчетные значения уровней динамического ряда.

Для вычисления доверительного интервала прогноза положения тренда среднюю ошибку необходимо умножить на величину t – критерия Стьюдента, при имеющимся числе степеней свободы колебаний и при выбранной вероятности (надежности прогноза). Следовательно, доверительный интервал прогноза положения тренда вычисляется по формуле:

$$y_{точ} \pm t_{ст}\cdot m_y \qquad (9.14)$$

где $y_{точ}$ - точечный прогноз.

где t_α - доверительная величина (надежностью 95%) и (n-1)- степенями свободы.

Прогнозирование по тренду имеет качественное ограничение: оно допустимо в условиях сохранения основной тенденции.

Этап 6. После получения прогноза можно принимать управленческие решения в зависимости от полученных значений.

Прогнозирование по уравнению регрессии. Уравнения регрессии используются для:

1. *Для оценки хозяйственной деятельности*

Сравнение фактических уровней результативного признака с расчетными позволяет установить эффективность использования фактора *x* (средств) в конкретном объекте (хозяйстве) по сравнению со средней эффективностью использования фактора *x* по совокупности объектов.

Линия регрессии отражает изменение среднего значения результативного признака. Объекты, чьи фактические значения результата превышают теоретические, наиболее эффективно используют ресурсы. А объекты, чьи фактические значения результата меньше теоретических, имеют неиспользованные ресурсы повышения результата.

Например, при изучении зависимости между надоем на одну корову (ц) и затратами на одну корову (тыс. руб.)

2. *Для прогнозирования возможных значений результативного признака*

- авторегрессионное прогнозирование по тренду и колеблемости;

- факторное прогнозирование, основанное на изучении и количественном измерении взаимосвязи между признаками.

Основным условием прогнозирования на основании регрессионного уравнения является стабильность или, по крайней мере, малая изменчивость других факторов и условий изучаемого процесса, не связанных с ними. Если резко изменится «внешняя среда» протекающего процесса, прежнее уравнение регрессии потеряет свое значение.

Прогнозирование по уравнению регрессии проводится в два этапа:

1. Вычисляется «точечный прогноз».
2. Определяется доверительный интервал с достаточно большой вероятностью (интервальный прогноз).

Точечный прогноз – это значение результативного показателя, получаемого при подстановке в уравнение регрессии ожидаемой величины факторного признака. Однако, нельзя подставлять значения факторного признака, значительно отличающихся от входящих в базисную информацию, по которой вычислено уравнение регрессии. При качественно иных уровнях фактора, если они даже возможны в принципе, были бы другими параметры уравнения.

Вероятность точной реализации такого прогноза крайне мала. Необходимо сопроводить прогноз *доверительным интервалом*.

Статистический прогноз с учетом доверительного интервала:

«Точечный прогноз» ± α,

где α – доверительный интервал,

$\alpha = m \cdot t$,

m – стандартная ошибка прогноза

$$m = S(y)\sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_k - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}}\,, \qquad (9.15)$$

m – стандартная ошибка положения линии регрессии в генеральной совокупности при $x=x_k$;

n – объем выборки;

x_k - ожидаемое значение фактора;

$S(y)$ – среднее квадратическое отклонение результативного признака от линии регрессии в генеральной совокупности с учетом степеней свободы вариации.

$$S(y) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}}\,. \qquad (9.16)$$

t критерий Стьюдента определяется по таблице, зависит от вероятности и числа степеней свободы $df = n - p$.

По уравнению множественной регрессии можно прогнозировать несколькими способами:

1) при подстановке в уравнение регрессии желаемых показателей;
2) с учетом прогнозных значений факторного признака.

Пример 9.1. Прогнозирование на основе среднего абсолютного прироста и среднего темпа роста.

Осуществим процесс прогнозирования денежных потоков ООО «XXX» на основе среднегодового темпа роста и среднегодового абсолютного прироста. В качестве объекта возьмем положительный, отрицательный и чистый денежные потоки. Прогнозирование денежных потоков на основе среднего абсолютного прироста осуществляется по следующей формуле (9.1).

Для определения перспективной величины денежных потоков воспользуемся методом на основе среднего темпа роста (9.2).

Для наших исходных данных средний абсолютный прирост и среднегодовой темп роста денежных потоков представлен в таблице 3.9.

Таблица 9.1 - Средний абсолютный прирост и среднегодовой темп роста денежных потоков ООО «XXX»

Показатели	Средний абсолютный прирост, тыс.руб.	Среднегодовой темп роста, %
Положительный денежный поток	13665885	1,91
Отрицательный денежный поток	13555897	1,91
Чистый денежный поток	109988	2,42

При подстановке исходных данных из таблицы 9.1 в формулы (6) и (7) получатся следующие прогнозные данные (таблица 9.2).

Таблица 9.2 – Прогнозные значения величины денежных потоков ООО «XXX» по моделям

Показатели	Прогнозный год	Прогноз по модели среднегодового абсолютного прироста, тыс.руб.	Прогноз по модели среднегодового темпа роста, тыс.руб.
Положительный денежный поток	2013	92329819	500355040
	2014	105995704	955233759
	2015	119661588	1823648133
Отрицательный денежный поток	2013	91624702	496832615
	2014	105180599	948509056
	2015	118736495	1810809923
Чистый денежный поток	2013	705117	3522424,85
	2014	815105	6724703,18
	2015	925093	12838210,8

На основе полученных прогнозных значений по модели среднегодового абсолютного прироста, при условии, что тенденция не измениться, величина денежных потоков организации продолжит увеличиваться и к 2015г. положительный денежный поток может составить 119661588 тыс.руб., отрицательный денежный поток - 118736495 тыс.руб. и чистый денежный поток – 925093 тыс.руб. Динамика прогнозных значений денежных потоков ООО «ХХХ» представлена на рисунках 9.1 – 9.3

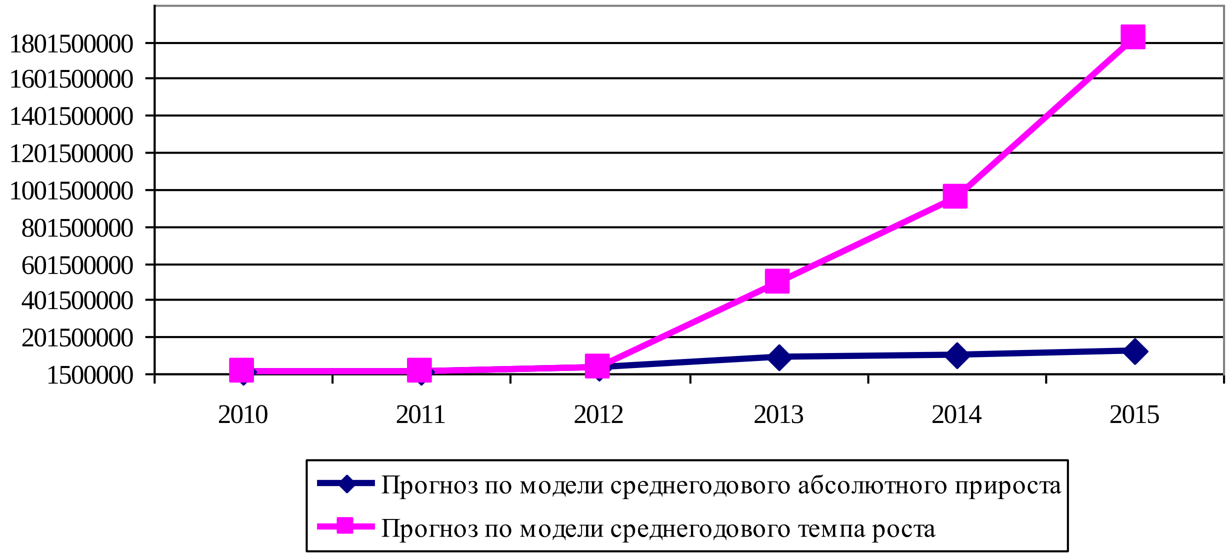


Рисунок 9.1 – Динамика прогнозных значений положительного денежного потока ООО «ХХХ»

Рисунок 9.2 – Динамика прогнозных значений отрицательного денежного потока ООО «ХХХ»

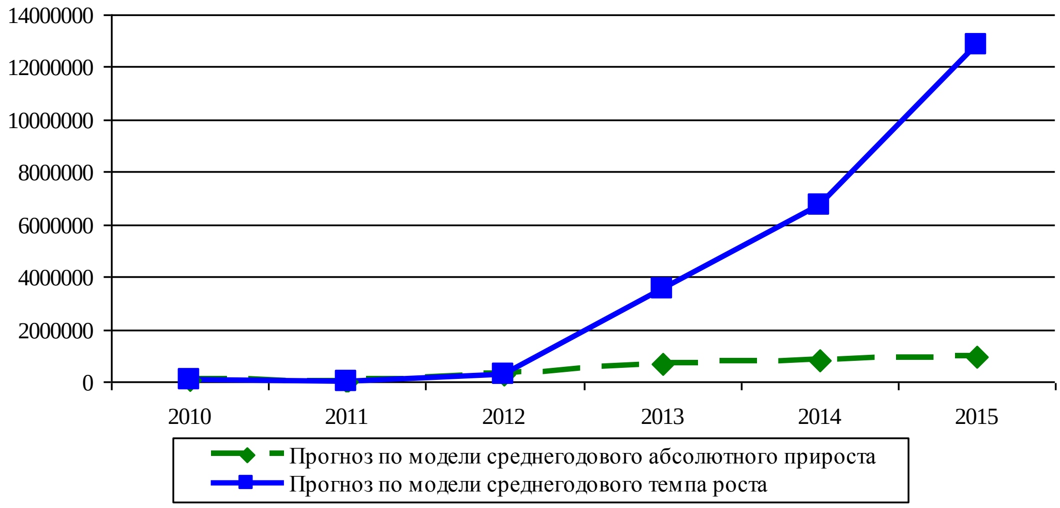


Рисунок 9.3 – Динамика прогнозных значений чистого денежного потока ООО «ХХХ»

На основе полученных прогнозных значений по модели среднегодового темпа роста, при условии, что тенденция не измениться, величина денежных потоков организации также продолжит увеличиваться и к 2015г. положительный денежный поток может составить 1823648133 тыс.руб., отрицательный денежный поток - 1810809923 тыс.руб. и чистый денежный поток – 12838210,8 тыс.руб.

Пример 9.2. Прогнозирование на основе трендовых моделей.

Используя данные о численности населения Российской Федерации за период с 1999 по 2011гг., построим график динамики численности населения и отобразим на нем тренды развития (рисунок 3.10).

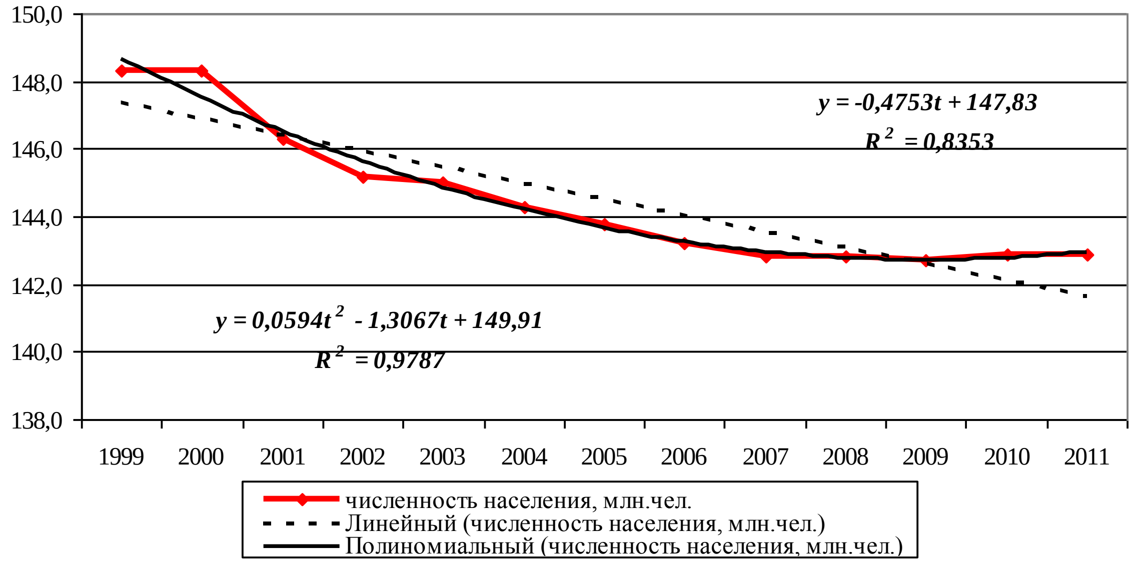


Рисунок 3.10 – Динамика численности населения Российской Федерации

На графике представлено два уравнения тренда - полином второй степени и прямая. Критерием при выборе лучшего уравнения тренда является коэффициент аппроксимации (R^2), чем ближе он к единице, тем точнее данная модель будет описывать исследуемое явление. В нашем случае для численности населения Российской Федерации R^2=0,9887 у полинома второй степени, следовательно в дальнейших расчетах будем использовать именно его.

На графике изображен параболический тренд второго порядка вида:

$$y_t = 0{,}0594t^2 - 1{,}3067t + 149{,}91 \qquad (9.17)$$

Интерпретация параметров тренда такова: численность населения Российской Федерации в 1999-2011гг. уменьшалась в номинальной оценке ускоренно, со средним ускорением 0,0594 млн.чел. в год, средняя за весь период убыль населения за период 1999-2011 гг. в Российской Федерации составила 1,3067 млн. чел., средняя численность населения была равна 149,91 млн. чел.

Используя уравнение тренда (9.17), полученного графическим образом с помощью ПК, сделаем точечный и интервальный прогноз по тренду. Точечный прогноз – значение уровня тренда, получаемое при подстановке в уравнение тренда номера прогнозируемого года t_k. Для прогноза на 2012, 2013, 2014 годы t_k соответственно, будет равно 14, 15 и 16. Прогноз должен иметь вероятностный характер, как любое суждение о будущем. Для этого вычисляется средняя ошибка прогноза положения тренда на год за номером t_k по формуле (9.12).

Для вычисления доверительного интервала прогноза положения тренда среднюю ошибку необходимо умножить на величину t-критерия Стьюдента при имеющемся числе степеней свободы колебаний и при выбранной вероятности (надежности прогноза). Для вероятности 0,95 t-критерий Стьюдента равно 2.2. Следовательно, доверительный интервал прогноза вычисляется по формуле (9.14).

Таблица 9.3 – Прогнозные значения численности населения Российской Федерации (точечный и интервальный)

Годы	$\tilde{y}_t - t_\alpha \cdot m_{\sigma\tilde{y}_t}$	$\tilde{o}_t$	$\tilde{y}_t + t_\alpha \cdot m_{\sigma\tilde{y}_t}$
2012	140,9	143,2	145,5
2013	141,6	143,9	146,2
2014	141,8	144,1	146,4

Это означает, что тренд в 2012г. пройдет через точку с ординатой 143,2 млн.чел., в 2013 г. – через точку 143,9 млн. чел., а в 2014 г. – через точку 144,1 млн.чел. Однако параметры тренда, вычисленные по ограниченному периоду, - это лишь выборочные оценки генеральных параметров (рисунок 9.4).

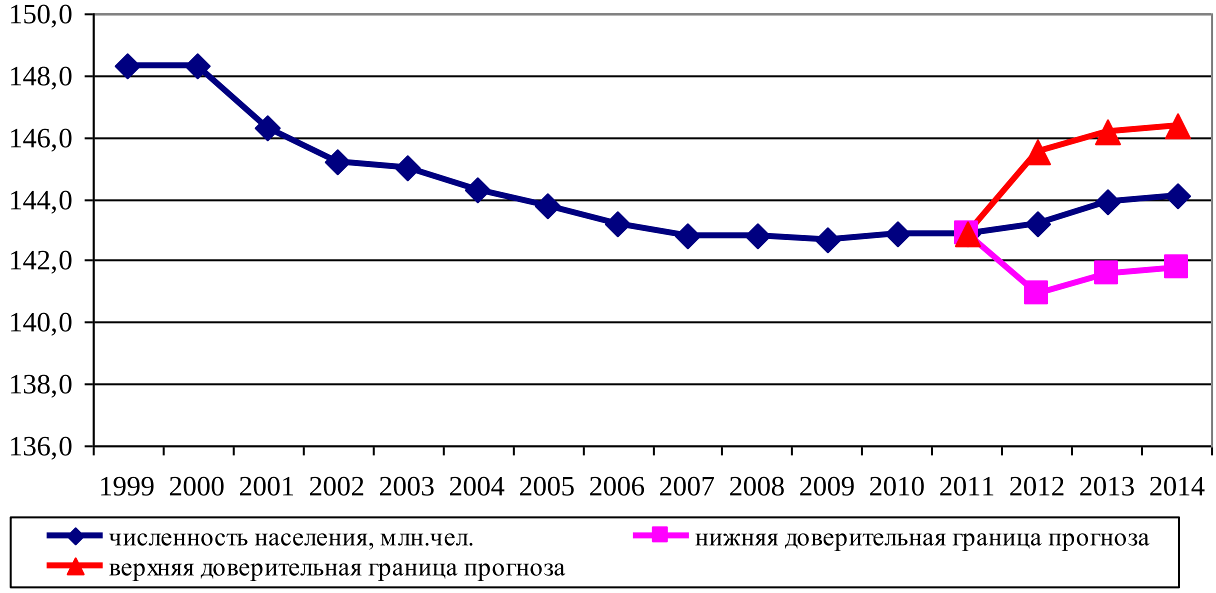


Рисунок 9.4 - Доверительная граница прогнозных значений численности населения Российской Федерации

Таким образом, если тенденция не изменится, численность населения Российской Федерации с надежностью 95% в 2012 г. может составить приблизительно 143,2 млн. чел. и может находится в интервале (140,9; 145,5) млн.чел. , в 2013 г. – 143,9 млн.чел. и может находится в интервале (141,6; 146,2) млн. чел., 2014 г. – 144,1.чел. и находится в интервале (141,8; 146,4) млн.чел.

Пример 9.3. Прогнозирование по уравнению регрессии.

С целью выявления влияния различных факторов на результативный показатель используется метод корреляционно- регрессионного анализа, суть которого заключается в выявлении зависимостей между показателями и моделировании на основе полученного уравнения регрессии прогнозных значений результата.

Выявим существенность влияния на уровень численности населения Российской Федерации таких социально-экономических факторов (приложение Д), как:

x_1 - уровень рождаемости, ‰;

x_2 - уровень смертности, ‰;

x_3 - уровень миграции населения, ‰;

x_4 - уровень безработицы, %;

x_5 – темп прироста уровня номинальной начисленной заработной платы к уровню предыдущего года, %.

Применение методов классической теории корреляции связано с определенными особенностями:

1) в рядах динамики зачастую наблюдается зависимость между последующими и предшествующими уровнями. Наличие такой связи в статистической литературе называют автокорреляцией. При изучении взаимосвязи между рядами динамики с применением методов корреляционно-регрессионного анализа автокорреляция должна быть исключена из каждого из сравниваемых рядов динамики;

2) в изменении уровней нескольких рядов динамики, как правило, существует лаг, т.е. смещение во времени по сравнению с изменением уровней другого ряда динамики. Для получения более правильной оценки степени тесноты корреляционной связи также необходимо исключить этот лаг, т.е. нужно сдвинуть уровни одного ряда относительно другого на некоторый промежуток времени;

3) условия формирования уровней рассматриваемых рядов, как правило, изменяются. Эти изменения могут быть и существенными. Соответственно может изменяться во времени и степень тесноты связи. В этих условиях речь идет о переменной корреляции.

Таким образом, при анализе корреляционной связи между рядами динамики необходимо:

1) измерить связь между предыдущими и последующими уровнями;

2) с учетом указанных выше особенностей изучить связь между рядами динамики.

Для устранения автокорреляции между факторными признаками при построении матрицы парных коэффициентов введем фактор времени t. Параметры модели, включающие фактор времени t определяются обычным МНК. Факторы включенные в модель не мультиколлинеарны, следовательно, могут быть совместно включены в модель.

Таблица 9.4 – Матрица парных коэффициентов корреляции

	y	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	t
y	1						
x_1	**0,856**	1					
x_2	**0,850**	0,123	1				
x_3	**0,713**	0,034	0,334	1			
x_4	0,343	0,118	0,007	0,223	1		
x_5	0,454	0,309	0,178	0,306	0,342	1	
t	-0,508	-0,313	-0,307	-0,192	-0,128	-0,112	1

На численность населения в большей степени оказывают влияние коэффициент рождаемости на 1000 человек (прямая, сильная связь), коэффициент смертности населения (прямая, сильная связь) и коэффициент миграции населения (прямая, умеренная связь). Показатель уровня номинальной начисленной заработной платы и уровень безработицы оказывают слабое влияние на численность населения, поэтому для построения уравнения множественной регрессии включим в модель факторы x_1, x_2, x_3. Также следует отметить, что численность населения в Российской Федерации зависит от фактора времени.

С использование Excel было получено уравнение регрессии. Результаты представлены в приложении Е.

По результатам регрессионного анализа получено следующее уравнение регрессии:

$$y = 594{,}45 + 20{,}40 \cdot x_1 - 14{,}43 \cdot x_2 + 2{,}07 \cdot x_3 - 1{,}12 \cdot t \qquad (9.18)$$

(8,7) (6,4) (-9,1) (5,8) (-11,1)

Анализ полученного уравнения позволяет сделать выводы о том, что при условии неизменной тенденции с ростом коэффициента рождаемости на 1000 человека населения - численность населения увеличивается на 20,40 человек, с ростом коэффициент смертности численность населения сокращается на 14,43 человека, а с ростом мигрантов, приходящихся на 1000 человек – численность населения Российской Федерации возрастает на 2,07 человека. Параметр при t равный -1,12 характеризует среднегодовую абсолютную убыль численности населения Российской Федерации под воздействием прочих факторов при условии неизменности факторов, включенных в модель.

Воспользуемся полученным множественным линейным регрессионным уравнением (9.18) проведем экстраполирование значений численности населения Российской Федерации при фиксированном значении факторов: максимальном, минимальном и среднем значениях факторных признаков. Получаем следующие результаты перспективного прогноза (таблица 9.5).

Таблица 9.5 - Прогнозные значения численности населения Российской Федерации при фиксированном значении факторных признаков множественной регрессионной модели

Вид прогноза	Нижняя доверительная граница α=0,05	Прогнозное значение	Верхняя доверительная граница α=0,05
Пессимистический	136,6	139,9	143,2
Реалистический	140,3	143,6	146,9
Оптимистический	146,5	149,8	153,1

Таким образом, на основе полученного уравнения множественной регрессии получаем следующие результаты: в Российской Федерации при наименьших значениях факторных признаков, включенных в модель численность населения Российской Федерации может составить 139,9 млн.чел. и находится в интервале (136,6; 143,2) млн.чел.; при средних значениях факторных признаков численность населения Российской Федерации может составить 143,6 млн.чел. и находиться в интервале (140,3; 146,9) млн.чел.; при максимальных значениях факторных признаков численность населения Российской Федерации может составить 149,8 млн.чел. и находится в интервале (146,5; 153,1) млн.чел.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ МАГИСТРАНТОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Результатом изучения и освоения курса «Статистические методы исследований в экономике» является написание научной статьи. Тематика статьи должна соответствовать теме магистерского исследования, в статье должны быть использованы статистические методы, изученные в рамках освоения дисциплины «Статистические методы исследований в экономике». Научная статья должна содержать не менее 4-5 статистических методов исследования, по результатам исследования должны быть даны полноценные выводы.

Требования к оформлению научной статьи:

Текст статьи должен быть объемом от 5 до 10 полных страниц, набранных в текстовом редакторе MS Word с расширением *.doc, *.rtf должен быть идентичным во всех вариантах. Шрифт Times New Roman Cyr, размер 14 пт. Межстрочный интервал – одинарный. Поля по 20мм. Размер бумаги – А4. Ориентация – книжная. Страницы не нумеровать. Выравнивание текста – по ширине страницы. Расстановка переносов – автоматическая. Список используемой литературы в конце работы. Обязательно ссылка на литературу по тексту. Сноски в конце работы. В тексте допускаются рисунки и таблицы. Цвет рисунков – черно-белый. Размер текста на рисунках не менее 11 пт., рисунки должны быть сгруппированы. Подрисуночные надписи и названия рисунков выполняется шрифтом Times New Roman Cyr 12 пт.

Пример 1.

Статистический анализ развития банковской системы Российской Федерации

Иванов И.И., Оренбургский филиал РЭУ им.Плеханова, 1 курс, магистерская программа «Финансовая экономика»

Научный руководитель – Лаптева Е.В., к.э.н., ст. преподаватель кафедры финансов и кредита Оренбургского филиала РЭУ им.Плеханова

Одним из основных показателей, характеризующих банковскую систему, является величина банковских активов кредитных организации.

За последнее десятилетие наблюдается существенное изменение в динамическом ряду уровня банковских активов Российской Федерации. Проведем анализ динамики уровня банковских активов (рисунок 1).

Рисунок 1 – Динамика величины банковских активов кредитных организаций Российской Федерации по состоянию на 1 января, млрд.руб.

Анализ скорости и интенсивности развития явления во времени осуществляется с помощью статистических показателей, которые получаются в результате сравнения уровней между собой (таблицы 1).

Таблица 1 – Динамика уровня величины банковских активов кредитных организаций по базисной системе

Годы	Абсолютный прирост (убыль), млрд.руб.	Темп роста, %	Темп прироста, %
1993	-	-	-
1994	1536,0	107,34	7,34
1995	3187,0	115,22	15,22
1996	7450,0	135,59	35,59
1997	10311,0	149,26	49,26
1998	9100,0	143,47	43,47
1999	7637,0	136,48	36,48
2000	7277,0	134,76	34,76
2001	7506,0	135,86	35,86
2002	9435,0	145,07	45,07
2003	10822,0	151,70	51,70
2004	11360,0	154,27	54,27
2005	12098,0	157,79	57,79
2006	12058,0	157,60	57,60
2007	11388,0	154,40	54,40
2008	12212,0	158,34	58,34
2009	10650,0	150,88	50,88
2010	10067,0	148,09	48,09

Из таблицы 1 видно, что в период с 1993 по 2010 г. наблюдается увеличение банковских активов кредитных организации РФ. По сравнению с

1993г. все последующие годы характеризуются приростом. Наибольший прирост в величине активов приходился на 2005 г. (57,79%).

Наряду с темпом роста можно рассчитать показатель темпа прироста, характеризующий относительную скорость изменения уровня ряда в единицу времени. Темп прироста показывает, на какую долю уровень данного периода или момента времени больше (или меньше) базисного уровня.

В статистической практике часто вместо расчета и анализа темпов роста и прироста рассматривают абсолютное значение одного процента прироста. Оно представляет собой одну часть базисного уровня и в то же время – отношение абсолютного прироста к соответствующему темпу роста. Этот показатель дает возможность установить, насколько в среднем за единицу времени должен увеличиваться уровень ряда, чтобы, отправляясь от начального уровня за данное число периодов, достигнуть конечного уровня. Расчет этого показателя имеет экономический смысл только по цепной системе.

Таблица 2 – Динамика уровня величины банковских активов кредитных организаций по цепной системе

Годы	Абсолютный прирост (убыль), млрд.руб.	Темп роста, %	Темп прироста, %	Абсолютное значение 1% прироста
1993	-	-	-	-
1994	1536,0	107,34	7,34	209,33
1995	1651,0	107,35	7,35	224,69
1996	4263,0	117,67	17,67	241,2
1997	2861,0	110,08	10,08	283,83
1998	-1211,0	96,12	-3,88	312,44
1999	-1463,0	95,13	-4,87	300,33
2000	-360,0	98,74	-1,26	285,7
2001	229,0	100,81	0,81	282,1
2002	1929,0	106,78	6,78	284,39
2003	1387,0	104,57	4,57	303,68
2004	538,0	101,69	1,69	317,55
2005	738,0	102,29	2,29	322,93
2006	-40,0	99,88	-0,12	330,31
2007	-670,0	97,97	-2,03	329,91
2008	824,0	102,55	2,55	323,21
2009	-1562,0	95,29	-4,71	331,45
2010	-583,0	98,15	-1,85	315,83

Из таблицы 2 видно, что 1999г. и 2009г., характеризующиеся финансовым кризисом, отмечен резким спадом величины банковских активов на 4,87% и 4,71%, соответственно.

Особое внимание следует уделять методам расчета средних показателей рядов динамики, которые являются обобщающей характеристикой его абсолютных уровней, абсолютной скорости и интенсивности изменения уровней ряда динамики. Различают следующие показатели динамики: средний уровень ряда динамики, средний абсолютный прирост, средний темп роста и прироста.

В интервальном ряду динамики с равноотстоящими уровнями во времени расчет среднего уровня ряда (у) производится по формуле средней арифметической простой:

$$у=\frac{\sum y}{n}=31228{,}7 \text{ млрд.руб.}$$

Определение среднего абсолютного прироста производится по цепным абсолютным приростам по формуле:

$$\Delta=\frac{\sum \Delta_{ц}}{n-1}=626{,}9 \text{ млрд.руб.}$$

Среднегодовой темп роста вычисляется по формуле:

$$Тр=\sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}}=1{,}103 \text{ или } 110{,}3\%$$

Среднегодовой темп прироста получим, вычтя из среднего темпа роста 100%.

$$Тпр=Тр-100= 10{,}3\%$$

На основе рассчитанных показателей динамики можно сказать, что за период с 1993 по 2010 гг. в Российской Федерации наблюдалось увеличение величины банковских активов кредитных организаций на 626,9 млрд.руб. или на 10,3%.

Средний уровень величины банковских активов за 17 лет составил 31228,7 млрд.руб.

Прежде чем переходить к определению тенденции и выделению тренда необходимо выяснить существует ли тенденция вообще динамике величины банковских активов кредитных организаций Российской Федерации. Для этого можно воспользоваться наиболее часто используемым на практике методом проверки наличия тренда – критерием серий.

Считаем медиану исходного ряда Ме=30684 млрд.руб.

Число серий определяется путем подсчета: $\upsilon(17) = 4$.

Определяем протяженность самой длинной серии τ max (17) = 8.

Проверяем гипотезу о случайности исходного ряда, для этого должны выполняться неравенства (1) и (2). Получаем: проверка гипотезы основывается на проверки гипотезы о случайности ряда, поэтому для того чтобы не была отвергнута гипотеза о случайности исходного ряда должны выполнятся следующие неравенства:

$$\nu(n)\rangle\left[\frac{1}{2}(n+1-1{,}96\sqrt{n-1})\right] \qquad (1)$$

$$\tau_{\max}(n)\langle[1{,}43\ln(n+1)] \qquad (2)$$

Данные неравенства не выполняются, следовательно, гипотеза о случайности исходного ряда отклоняется, значит, тенденция в уровне величины банковских активов кредитных организаций в Российской Федерации имеется.

$\upsilon(17) > 5{,}4$ и $\tau \max(17) > 4{,}2$

Можно предположить, что наиболее адекватно описывать тенденцию уровня величины банковских активов кредитных организаций Российской Федерации имеющихся данных может модель степенной, экспоненты или полинома второго порядка, приведем данные тренды на рисунке 2.

Для расчета параметров уравнения регрессии воспользуемся табличным редактором MS Excel XP, результаты расчетов представим в таблице 3.

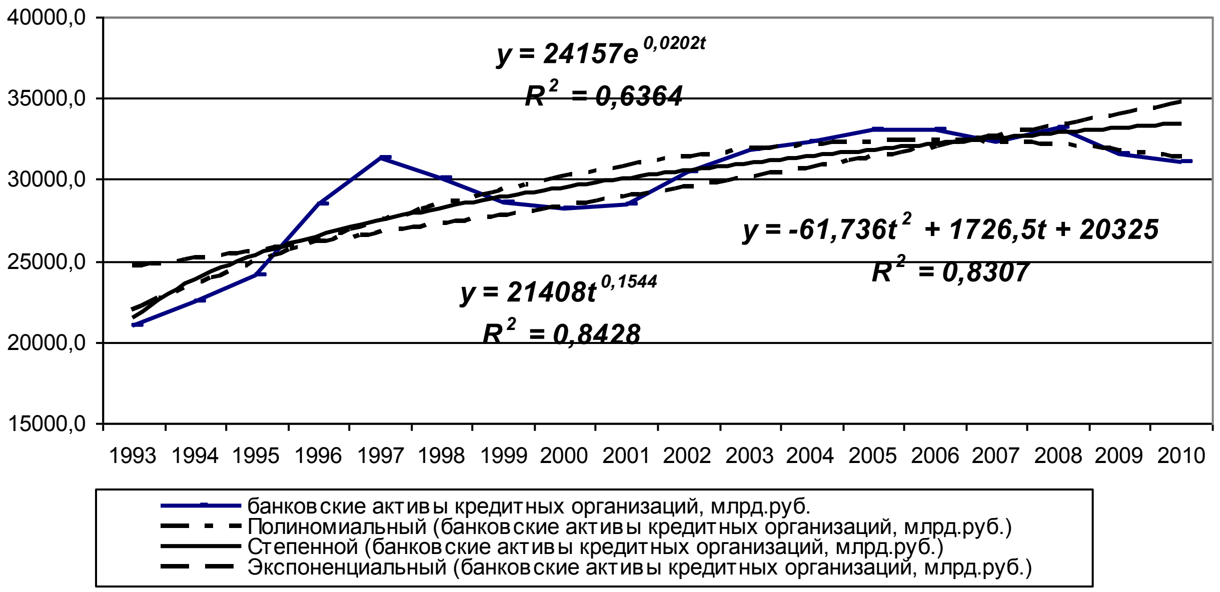


Рисунок 2 – Динамика величины банковских активов кредитных организаций Российской Федерации, тренды развития

Для определения наилучшего уравнения тренда следует обратить внимание на наибольший коэффициент аппроксимации и наименьшую среднеквадратическую ошибку.

Оценку надежности уравнения регрессии в целом дает R^2, в результате расчетов в случае параболы значение данного показателя выше, чем у прямой. Именно такой тренд будем использовать для приятия решений и прогнозирования.

Таблица 3 – Характеристики трендов развития уровня величины банковских активов кредитных организаций Российской Федерации

Форма тренда	Модель	R^2	$F_{факт}$	$F_{табл}$	Среднеквадратическая ошибка
Степенная	$\tilde{y}_t = 21408t^{0,1544}$ (8,4) (1,3)	0,8428	33,77	3,94	282,62
Парабола второго порядка	$\tilde{y}_t = -61{,}736t^2 - 1726{,}5t + 20325$ (-5,6) (4,7) (6,1)	0,8307	37,89	3,09	269,61
Экспонента	$\tilde{y}_t = 21408e^{0,0202t}$ (3,4) (1,2)	0,6364	42,56	3,94	236,88

Все полученные модели статистически значимы и пригодны для принятия решений. Степенной тренд значим по F-критерию Фишера, но параметр уравнения a_1 получен незначим, т.к. значение t-критерия Стьюдента получено очень маленьким, поэтому данная модель может быть использована для дальнейших расчетов, но не пригодна для прогнозирования, также и экспоненциальный тренд имеет один не значимый параметр. Параболический тренд получен, значим по F-критерию Фишера, все параметры значимы по t-критерию Стьюдента, следовательно, в дальнейших исследованиях будем использовать именно его.

Проверяем полученную модель развития на адекватность с помощью критерия Дарбина-Уотсона. Для этого необходимо воспользоваться ППП Statistica 6.0.

Критерий Дарбина – Уотсона d=1,05. Определив по специальным таблицам значения верхней и нижней доверительных границ критерия Дарбина – Уотсона, можно принять решение об отсутствии или наличии автокорреляции между соседними остаточными членами. $d_{1=}0,08$ и $d_{2=}1,36$. Так как $d>d_1$, и $d<d_2$ следовательно, нет достаточных оснований для принятия решения.

Определяем среднюю относительную ошибку прогноза по модулю. Получаем:

$$\left|\bar{\delta}\right| = \frac{1}{n} \cdot \frac{\sum_{t=1}^{n} \left|\tilde{y}_t - y_t\right|}{y_t} \cdot 100\% = 1{,}45\% \quad (3)$$

|δ|<10% это говорит о высокой точности модели.

Для характеристики модели рассмотрим нормальный вероятностный

Рассмотренные критерии значимости доказывают статистическую значимость полученной параболе и ее соответствие (адекватность) динамики уровня величины банковских активов кредитных организаций Российской Федерации, поэтому данная модель может быть использована для построения прогноза на период 2011-2013 гг.

Корреляционный анализ, разработанный К. Пирсоном и Дж. Юлом, является одним из методов статистического анализа взаимозависимости нескольких признаков. Основная задача корреляционного анализа состоит в оценке природы взаимозависимости между наблюдаемыми переменными, дополнительная задача (являющаяся основной в регрессионном анализе) состоит в оценке уравнений регрессии, где в качестве результативного признака выступает признак, являющийся следствием других признаков (факторов) – причин.

На уровень величины банковских активов кредитных организаций влияет большое количество факторов. Попробуем изучить взаимосвязь величины уровня величины банковских активов и других экономических явлений, происходящих в Российской Федерации. В корреляционно-регрессионном анализе можно устранить воздействие какого-либо фактора, если зафиксировать воздействие этого фактора на результат и другие, включенные в модель факторы. Данный прием широко применяется в анализе временных рядов, когда тенденция фиксируется через включение фактора времени в модель в качестве независимой переменной.

Для проведения корреляционно-регрессионного анализа используем следующие факторные признаки:

У - банковские активы кредитных организаций, млрд.руб.;

Х1- кредиты и прочие размещенные средства, предоставленные нефинансовым предприятиям и организациям, млрд.руб.;

Х2 – депозиты и прочие привлеченные средства физических лиц, млрд.руб.;

Х3 – число страховых организаций ед.;

Х4 – задолженность по кредитам, предоставленным кредитными организациями физическим лицам, млрд.руб.;

Х5 – задолженность по кредитам, предоставленным кредитными организациями юридическим лицам, млрд.руб.;

Х6 –доля кредитных организаций общего численности кредитных организаций;

Х7 – страховые выплаты, млн.руб.;

Х8 – инвестиции в основной капитал, млн.руб.

Параметры модели с включением фактора времени оцениваются с помощью обычного метода наименьших квадратов (МНК).

С помощью ПК получаем матрицу парных коэффициентов, на основании которых необходимо сделать вывод о факторах, которые могут быть включены в модель множественной регрессии (таблица 4). Корреляционная матрица получена с помощью табличного редактора Excel XP в пакете анализа.

Таблица 4 – Корреляционная матрица влияния факторов на уровень величины банковских активов кредитных организаций Российской Федерации

	у	Х1	Х2	Х3	Х4	Х5	Х6	Х7	Х8
У	1								
Х1	0,784196	1							
Х2	0,740948	0,02513	1						
Х3	0,170823	0,20517	0,0347	1					
Х4	-0,87755	-0,16364	-0,22623	-0,21985	1				
Х5	-0,15388	-0,27971	-0,35876	0,479488	-0,20222	1			
Х6	-0,11082	-0,74114	-0,51858	0,163678	-0,97561	0,446238	1		
Х7	-0,3984	0,115731	-0,12415	-0,15768	0,78703	-0,42972	-0,9336	1	
Х8	-0,79397	-0,7641	-0,84743	0,038866	0,410725	0,532786	0,816379	-0,01735	1

Из корреляционной матрицы видна достаточно сильная взаимосвязь между результативным (у) и факторными признаками (х1, х2, х4,t). Связь очень сильная.

Проведем регрессионный анализ. По результатам регрессионного анализа получено следующее уравнение регрессии:

$$y = -17383{,}73 + 59{,}13 \cdot x_1 + 272{,}3 \cdot x_2 - 5{,}55 \cdot x_4 + 171{,}3 \cdot t \qquad (4)$$

(-2,36) (3,69) (3,43) (-2,83) (2,70)

В скобках указаны значения t-критерия Стьюдента.

В результате построения уравнения регрессии получили следующие результаты (таблица 5).

Таблица 5 – Результаты построения регрессии

Показатели	Значения
Коэффициент корреляции R	0,910
Коэффициент детерминации R^2	0,829
Скорректированный коэффициент детерминации R^2	0,773
Фактическое значении F-критерия Фишера	14,61
Табличное значении F-критерия Фишера	2,79
Стандартная ошибка	5,11

Множественный коэффициент регрессии равен 0,910. Это свидетельствует о высокой связи между признаками. Коэффициент детерминации – равен 0,829, следовательно, 82,9% вариации уровня величины банковских активов кредитных организаций Российской Федерации обусловлено факторами, включенными в модель (6).

Анализ полученного уравнения позволяет сделать выводы о том, что с ростом кредитов и прочих размещений, предоставленных нефинансовым предприятиям и организациям на 1 млрд.руб. – банковские активы кредитных организаций увеличиваются на 59,13 млрд.руб.; с ростом депозитов и прочих привлеченных средств физических лиц – банковские активы кредитных организаций увеличиваются на 272,3 млрд.руб.; ростом задолженности по кредитам влечет уменьшение величины банковских активов кредитных организаций на 5, 55 млрд.руб. Параметр при t равный 171,3 характеризует среднегодовую абсолютный прирост величины банковских активов кредитных организаций Российской Федерации под воздействием прочих факторов при условии неизменности факторов, включенных в модель.

Проверка адекватности модели, построенной на основе уравнений регрессии, начинается с проверки значимости каждого коэффициента регрессии. Значимость коэффициента регрессии осуществляется с помощью t-критерия Стьюдента:

$$t_{расч} = \frac{|a_i|}{\sigma_{a_i}} \qquad (5)$$

Параметры уравнения все значимы, кроме параметра при факторе времени, так как их расчетные значения меньше табличных ($t_{табличное} = 2{,}02$, уровень значимости = 0,05, $t_{расч} \rangle t_{таблич}$)

Проверка адекватности всей модели осуществляется с помощью расчета F-критерия. Если $F_р > F_т$ при $\alpha=0,05$, то модель в целом адекватна изучаемому явлению.

$$F_{расч} = 14{,}61 \quad F_{табл} = 2{,}79 \quad уровень\ значимости = 0{,}05 \quad F_{расч} \rangle\ F_{табл}$$

Следовательно, построенная модель на основе её проверки по F-критерию Фишера в целом адекватна, и все коэффициенты регрессии значимы. Такая модель может быть использована для принятия решений и осуществления прогнозов.

Осуществим прогноз по имеющемуся уравнению тренда.

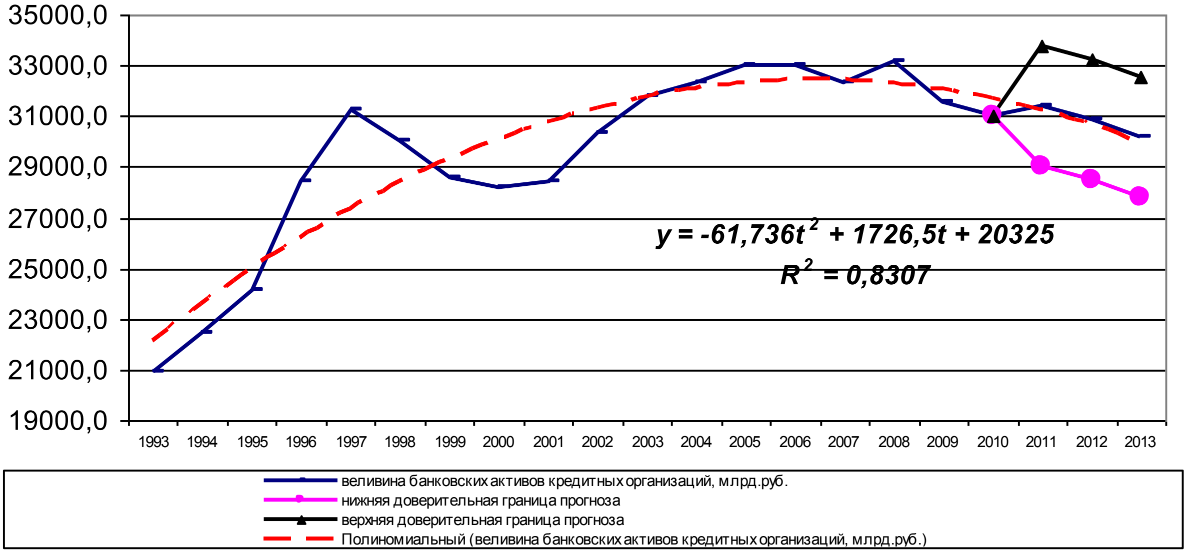


Рисунок 3 - Доверительная граница прогнозных значений уровня банковских активов кредитных организаций Российской Федерации

Представим прогнозные значения в таблице. Согласно, прогнозу уровень величины банковских активов будет снижаться.

Таблица 6 – Прогнозные значения величины банковских активов кредитных организаций Российской Федерации по уравнению тренда, млрд.руб.

Годы	Нижняя доверительная граница прогноза	Прогноз	Верхняя доверительная граница прогноза
2011	29034,5	31399,5	33764,5
2012	28476,8	30841,8	33206,8
2013	27795,6	30160,6	32525,6

Это означает, что тренд в 2011 г. пройдет через точку с ординатой 31399,5 млрд.руб., в 2012 г. – через точку 30841,8 млрд.руб., а в 2013 г. – через точку 30160,6 млрд.руб.. Однако параметры тренда, вычисленные по ограниченному периоду, - это лишь выборочные оценки генеральных параметров (рисунок 3). На рисунке представлена верхняя и нижняя доверительные границы прогноза.

Осуществим процесс прогнозирования по множественному уравнению регрессии (таблица 6).

Таблица 6 – Прогнозные значения величины банковских активов кредитных организаций в Российской Федерации по множественному уравнению регрессии

Прогнозы	Нижняя доверительная граница прогноза	Прогноз	Верхняя доверительная граница прогноза
Пессимистический	39845,4	38611,4	41079,4
Реалистический	31319,91	30085,91	32553,91
Оптимистический	23151,11	21917,11	24385,11

Таким образом, при среднем значении факторов, включенных в модель уровень величины банковских активов кредитных организаций при неизменности имеющейся тенденции может составить 31319,91млрд.руб. и находиться в интервале (30085,91; 32553,91) млрд.руб. При минимальных значениях факторов уровень величины банковских активов может составить 23151,11 млрд.руб. и принадлежать промежутку (21917,11; 24385,11) млрд.руб. При максимальных значениях – величина кредитных организаций может составить 39845,4 млрд.руб. и будет находиться в интервале (38611,4; 41079,4) млрд.руб.

Подводя итог проделанной работы, можно определить основные направления государственного регулирования банковской деятельности, которое осуществляется путем:

- установления обязательных требований к созданию кредитных организаций;
- лицензирования деятельности кредитных организаций;
- установления правил осуществления банковской деятельности (банковских правил);
- установления обязательных требований к деятельности кредитных организаций (банковское регулирование);
- надзора за соблюдением кредитными организациями требований законодательства о банковской деятельности и банковских правил (банковский надзор), в том числе принятия своевременных мер по приостановлению и (или) прекращению проведения небезопасной или неосновательной практики;
- создания системы защиты прав потребителей на рынке банковских услуг;
- запрещения и пресечения деятельности лиц, осуществляющих банковскую деятельность без соответствующей лицензии.

Литература:

1. Еремеева Н.С., Лебедева Т.В. Эконометрика: учебн. пособие для вузов. – Оренбург: ОАО «ИПК «Южный Урал», 2010. – 296 с.
2. Салин В.Н., Левит Б.Ю. Проверка значимости статистических показателей с помощью таблиц их критических значений. // Вопросы статистики. – 2009. - №9. – с. 69-77.

Пример 2.

Классификация городов и районов Оренбургской области по уровню инвестиций в строительство

Иванов И.И., Оренбургский филиал РЭУ им.Плеханова, 1 курс, магистерская программа «Финансовая экономика»

Научный руководитель – Лаптева Е.В., к.э.н., ст. преподаватель кафедры финансов и кредита Оренбургского филиала РЭУ им.Плеханова

Привлечение инвестиций в реальный сектор экономики – вопрос ее выживания. Будут инвестиции – будет развитие реального сектора, а, следовательно, будет и экономический подъем. Не удастся привлечь их – неминуемо умирание производств, деградация экономики, обнищание страны, социальные взрывы и прочие сопутствующие явления.

Любое, даже самое незначительное, повышение инвестиционной привлекательности регионов – это дополнительные средства, позволяющие сделать шаг к выходу из кризиса. Но разовое привлечение инвестиций малоэффективно, после этого инвестиционная привлекательность остается статичной величиной, хотя и несколько более высокой. Спасти положение дел может лишь динамичное устойчивое движение, а не отдельные шаги. Только в этом случае отдельные порции инвестиций могут превратиться в постоянные. Осуществить это возможно, лишь управляя процессом повышения инвестиционной привлекательности регионов и правильно оценив региональный потенциал.

Значение статистического анализа для планирования и осуществления инвестиционной деятельности региона трудно переоценить. При этом особую важность имеет предварительный анализ, который проводится на стадии разработки инвестиционных проектов и способствует принятию разумных и обоснованных управленческих решений.

Прежде чем переходить к процедуре кластеризации необходимо исследовать вариацию городов и районов области по уровню инвестиций в строительство.

Для измерения вариации признака используют как абсолютные, так и относительные показатели.

К абсолютным показателям вариации относят: размах вариации, среднее линейное отклонение, среднее квадратическое отклонение, дисперсию. К относительным показателям вариации относят: коэффициент осцилляции, линейный коэффициент вариации, относительное линейное отклонение и др.

Рассчитаем показатели вариации по районам и городам Оренбургской области за 2012г.

Наибольший вклад в уровень инвестиций в строительство в Оренбургской области за 2012г. внес Абдулинский район 2270,3 тыс.руб. на. Самый низкий уровень инвестиций в строительство в г.Кувандыке – 992,4 тыс.руб.

Размах вариации (размах колебаний) - важный показатель колеблемости признака, но он дает возможность увидеть только крайние отклонения, что ограничивает область его применения (1).

$$R=x_{max}-x_{min} \tag{1}$$

R =1277, 9 тыс.руб.

Различие между максимальной и минимальной величиной инвестиции в строительство по районам и городам Оренбургской области составляет 1278 тыс.руб.

Среднее значение уровня инвестиций в строительство по области составляет 1526,1 тыс.руб.

Для более точной характеристики вариации признака на основе учета его колеблемости используются другие показатели.

Среднее линейное отклонение d**,** которое вычисляют для того, чтобы учесть различия всех единиц исследуемой совокупности. Эта величина определяется как средняя арифметическая из абсолютных значений отклонений от средней. Так как сумма отклонений значений признака от средней величины равна нулю, то все отклонения берутся по модулю (2).

$$\bar{d}=\frac{\sum_{1}^{n}|x_i-\bar{x}|}{n} \tag{2}$$

$\bar{d}=\frac{10394}{47}=221{,}2$ тыс.руб.

В среднем отклонение значений уровня инвестиций в строительство по районам и городам от средней величины по Оренбургской области составляет 221,2 тыс.руб.

Обобщающие показатели, найденные с использованием вторых степеней отклонений, получили очень широкое распространение. К таким показателям относится среднее квадратическое отклонение σ (3).

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{1}^{n}(x-\bar{x})^2}{n}} \tag{3}$$

$\sigma=\sqrt{\frac{3467914}{47}}$ =271, тыс.руб.

В среднем по Оренбургской области уровня инвестиций в строительство по районам и городам отклоняется от средней величины на 271,6 тыс.руб.

Рассчитаем относительные показатели вариации.

Коэффициент осцилляции: $V_R=\frac{R}{\bar{x}}*100\%$ (4)

$$V_R = \frac{1277,9}{1526,1} * 100\% = 83,74\%$$

В среднем отклонение уровня инвестиций в строительство в Оренбургской области от средней величины составляет 16,26%.

Линейный коэффициент вариации: $V_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} * 100\%$ (5)

$$V_{\bar{d}} = \frac{221,2}{1526,1} * 100\% = 14,49\%$$

Значение данного показателя свидетельствует о том, что вариация признака достаточно большая и составляет 14,49% от среднего уровня инвестиций в строительство по районам.

Наиболее часто в практических расчетах применяется показатель относительной вариации – коэффициент вариации.

Коэффициент вариации: $V_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{x}} * 100\%$ (6)

$$V_{\sigma} = \frac{271,6}{1526,1} * 100\% = 17,79\%$$

Следовательно, индивидуальные значения отличаются в среднем от средней арифметической на 1526,1 тыс.руб., или на 17,79%.

По рассчитанным показателям можем сделать вывод о том, что совокупность однородна по уровня инвестиций в строительство, так как рассчитанные коэффициенты не превышают 33% (совокупность считается однородной, если коэффициент вариации не превышает 33% (для распределений, близких к нормальному)).

Для более наглядного представления построим график уровня инвестиций в строительство по городам и районам Оренбургской области (рисунок 1).

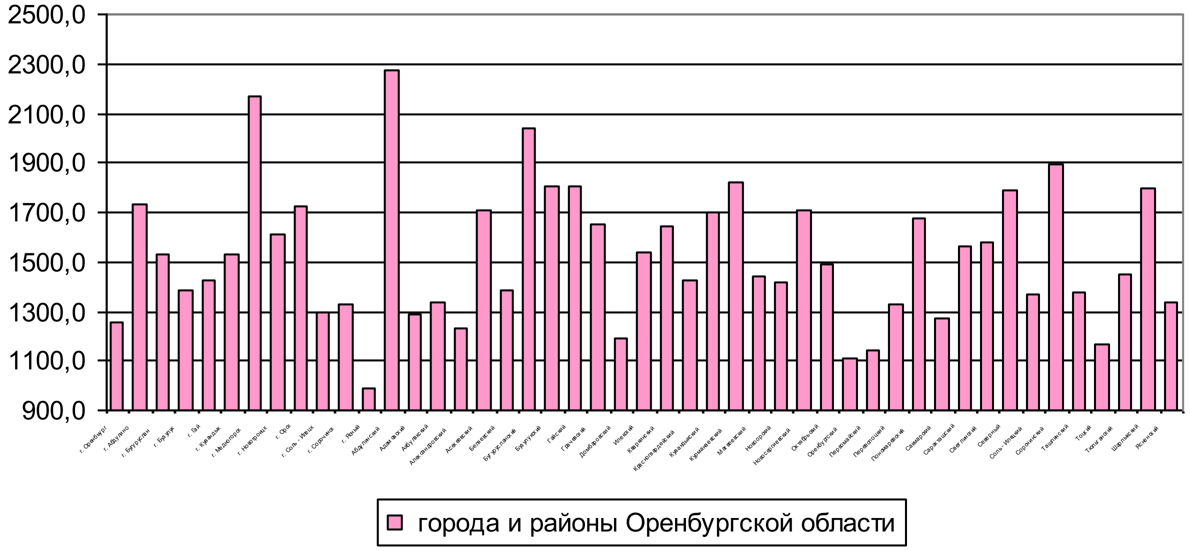


Рисунок 1 – Уровень инвестиций в строительство по районам и городам Оренбургской области в 2012г.

Графический анализ уровня инвестиций в строительство по районам Оренбургской области свидетельствует о том, что в 2012 г. наибольший уровень инвестиций в строительство наблюдалась в Абдулинском районе (2270,3тыс.руб.), чуть ниже в Бугурусланском районе (2041,7тыс.руб.); самый низкий уровень инвестиций в строительство в г.Кувандыке (992,4тыс.руб.).

При изучении вариации применяются также и такие характеристики вариационного ряда, которые описывают его структуру и строение. Такими характеристиками являются мода - Мо (наиболее часто встречающееся значение признака) и медиана – Ме (вариант середины ранжированного ряда).

Середина ранжированного ряда выпадает на Домбаровский и Илекский районы, следовательно, медиана (Ме) равна 1366 тыс.руб. Мода (Мо) равна 2270,3 тыс.руб., т.к. это самый высокий уровня инвестиций в строительство по Оренбургской области.

Как видно из рисунка 1 распределение уровня инвестиций в строительство по Оренбургской области несимметрично, поэтому определим показатель асимметрии (7).

$$A_s = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma} \tag{7}$$

$$A_s = \frac{1526{,}1 - 2270{,}3}{271{,}6} = -2{,}73$$

Перед полученным числом стоит знак «-», следовательно, асимметрия левосторонняя, значительная.

Чтобы оценить степень существенности асимметрии в нашем исследовании вариации уровня инвестиций в строительство по Оренбургской области, определим среднюю квадратическую ошибку по формуле:

$$\sigma_{A_s} = \sqrt{\frac{6(n-1)}{(n+1)(n+3)}} \tag{8}$$

$$\sigma_{A_s} = \sqrt{\frac{78}{255}} = 0{,}56$$

Средняя квадратическая ошибка составила 0,56.

$\frac{|A_s|}{\sigma_{A_s}} = \frac{2{,}73}{0{,}56} = 4{,}875 > 3$, значит, асимметрия существенна и распределение уровня инвестиций в строительство в Оренбургской области не является симметричным.

Таким образом, на основании проведенного анализа вариации уровня инвестиций в строительство в Оренбургской области, можно сделать вывод, что уровня инвестиций в строительство достаточно не симметричен (совокупность не однородна) и существует большой разброс уровня инвестиций в строительство, связанный как с социально-экономическими факторами, так и зависящий от региональной политики, проводимой в каждом районе в зависимости от специфики организационной структуры.

Выявим наличие групп по городам и районам Оренбургской области на основе многомерных статистических методов.

В качестве основного метода выявления групп районов по уровню инвестиций в строительство Оренбургской области используем один из многомерных методов статистического анализ – кластерный анализ.

Кластерный анализ - это совокупность методов, позволяющих классифицировать многомерные наблюдения, каждое из которых описывается набором исходных переменных $X_1, X_2, ..., Xm$.

1 этап: отбор показателей

↓

2 этап: выбор алгоритма проведения кластерного анализа (выбор метода, меры расстояния, правила объединения в группы, пакета программ)

↓

3 этап: выделение однородных групп районов по признаку

↓

4 этап: сравнение полученных групп

↓

5 этап: вывод по классификации районов

Рисунок 2 – Этапы анализа уровня инвестиций в строительство районов Оренбургской области

При проведении кластер-процедуры в качестве объектов анализа будут выступать 35 районов и 12 городов Оренбургской области. В качестве показателей уровня инвестиций в строительство можно использовать следующие показатели:

X1 – количество строительных организаций;

X2 – среднесписочная численность работников строительных организаций, тыс.тыс.руб.;

X3 – объем работ, выполненных по виду экономической деятельности «Строительство», млн.руб.;

X4 – уровень инвестиций в строительство, млн.руб.

В настоящее время для проведения кластер-процедур наибольшую популярность приобрели такие специализированные программные продукты как STATISTICA 6.0, SPSS 12.0, STATA 8 и другие. Обратимся к одному из перечисленных программных продуктов - статистическому пакету программ

STATISTICA 6.0 и проведем разбиение имеющейся совокупности районов Оренбургской области на однородные группы по уровню инвестиций в строительство.

Нам представляется, что для наших целей классификации и построения типологии районов последующим статистическим анализом исследуемых показателей внутри каждого класса из перечисленных методов, представленных в пакете Statistica 6.0 в наибольшей степени отвечает *Ward's method* (метод Варда), так как данный метод позволяет получать наиболее однородные в статистическом смысле кластеры.

В результате проведения кластерного анализа для 35 районов и 12 городов Оренбургской области методом древовидной кластеризации, в статистическом пакете Statistica 6.0 были получены следующие результаты, приведенные на рисунке 3.

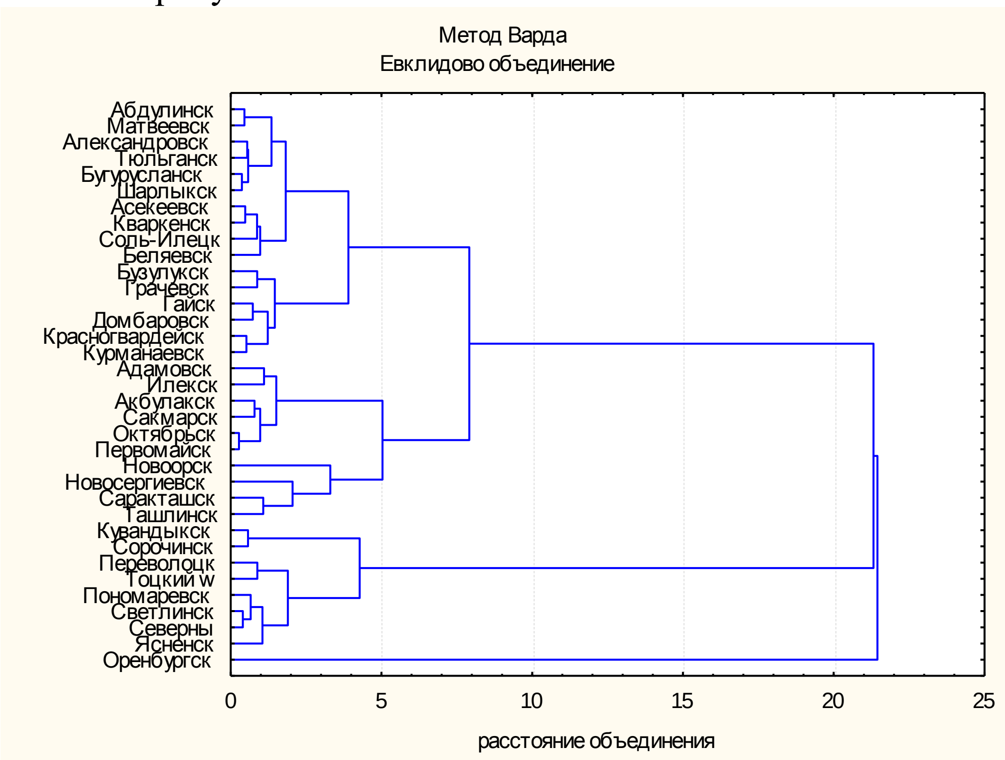


Рисунок 3 – Вертикальная древовидная диаграмма уровня инвестиций в строительство в городах и районах Оренбургской области в 2012г.

Согласно результатам, приведенным на рисунке 3, получаем три кластера которые характеризуются следующими показателями:

Таблица 1 – Характеристика кластеров районов области по уровню инвестиций в строительство

Показатели по группе	1 кластер	2 кластер	3 кластер
Число районов в группе	6	23	8
Среднее количество строительных организаций	48	51	23

Среднесписочная численность работников строительных организаций, тыс.тыс.руб.	14,9	33,9	14,6
Средний объем работ, выполненных по виду экономической деятельности «Строительство», млн.руб.	15,5	71,5	17,7
Уровень инвестиций в строительство, млн.руб.	98,7	76,4	34,9

Согласно данным, приведенным в таблице 1, первый кластер при малой численности характеризуются достаточно высокими показателями. Во второй кластер вошли районы со средними характеристиками, их можно отнести к районам со средним уровнем инвестиций в строительство. У районов третьего кластера самый низкий уровень инвестиций.

График средних значений по кластерам представлен на рисунке 4.

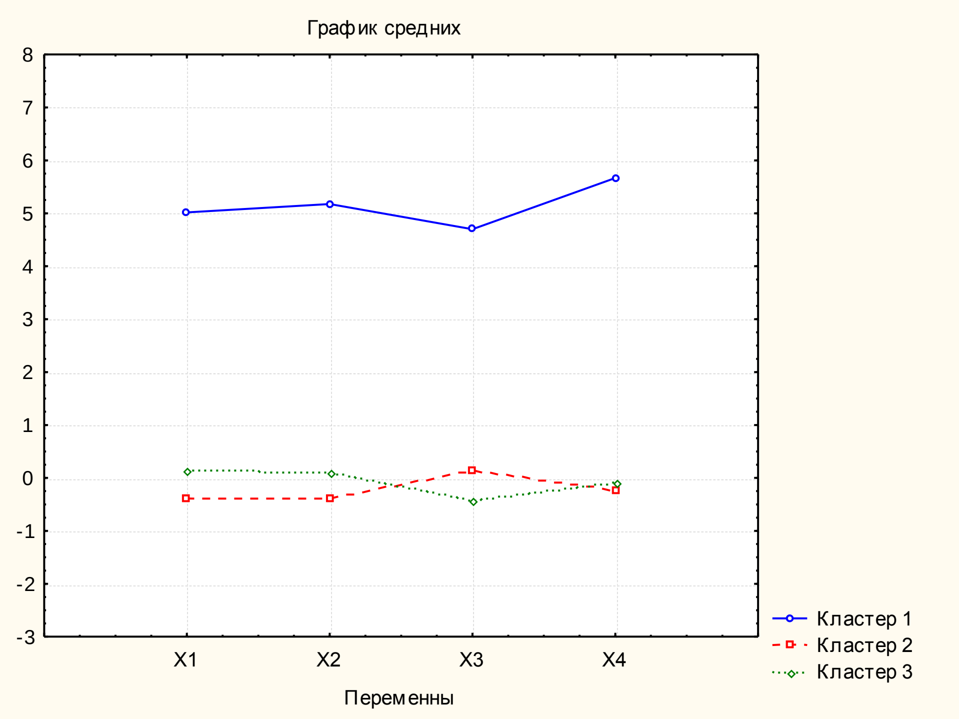


Рисунок 4 – График средних значений для кластеров

Состав кластеров и группы районов представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Результаты кластеризации районов Оренбургской области по уровню инвестиций в строительство.

№ кластера	Количество субъектов	Состав кластера
1	6	Грачевский,Октябрьский, , Тюльганский, Пономаревский, Красногвардейский, Матвеевский
2	23	Абдулинский, Адамовский, Александровский, Алексеевский, Бугурусланский, Бузулукский, Илекский, Кувандыкский, Курманаеский,

		Новоорский, Новосергиевский, Оренбургский, Саракташский Первомайский, Переволоцкий, Светлинский, Северный, Соль-Илецкий, Сорочинский, Ташлинский, Шарлыкский
3	8	Акбулакский, Беляевский, Гайский, Домбаровский, Кваркенский, Сакмарский, Тоцкий, Ясненский
Итого	35	

Таким образом, в первую группу районов вошли 17,1% районов от общего числа, во вторую группу – 65,7% и в третью – 17,2%.

Формирование инвестиционной политики регионов происходило в весьма неоднородных стартовых условиях, в частности, при разной обеспеченности средствами производства. Неодинаковыми были и пути преодоления инвестиционных трудностей.

Основными элементами инвестиционной политики на мезоуровне национальной экономики являются:

1) принятие собственного законодательства, регулирующего инвестиционный процесс;

2) предоставление инвесторам в пределах своих полномочий различных льгот и стимулов финансового и нефинансового характера;

3) создание организационных структур по содействию инвестициям;

4) разработка и экспертиза инвестиционных проектов за счет государственных источников финансирования;

5) оказание содействия инвесторам в получении таможенных льгот;

6) предоставление гарантий и поручительств банкам под выделяемые ими средства для реализации отобранных на конкурсной основе инвестиционных проектов;

7) аккумулирование средств населения путем выпуска муниципальных займов.

На региональном уровне вопросы государственного стимулирования инвестиций прорабатываются лучше, нежели на федеральном, что свидетельствует о заинтересованном отношении властей к притоку капитала. С учетом сказанного о региональной инвестиционной политике это означает: разработку системы гарантий инвесторам в настоящее время следует интенсифицировать именно на федеральном уровне, а значит предстоит органически интегрировать весь тот опыт, который накоплен и на местах, и в «центре».

В рамках регионального механизма гарантами инвестиций должны быть органы государственной власти субъектов федерации и соответствующие региональные агентства по страхованию и гарантированию инвестиций. В рамках федерального - роль страхователя отводится федеральным органам государственной власти при посредничестве Российского государственного агентства по страхованию инвестиционных рисков (не исключено также участие иностранных государств и международных финансовых институтов).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агапова Т.Н. Статистические методы изучения структуры: дис. ... д-ра экон. наук. – СПб., 1996. – 215 с.
2. Айвазян С. А., Мхитарян В. С. Прикладная статистика в задачах и упражнениях: Учебник для вузов. М.: ЮНИТИ- ДАНА, 2001. - 270 с.
3. Афанасьев и др. Эконометрика: учебник (В.Н.Афанасьев, М.М. Юзбашев, Т.И. Гуляева); под ред. В.Н. Афанасьева. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 256с.
4. Бабешко Л.О. Основы эконометрического моделирования: учебн. пособие для вузов / Л.О. Бабешко. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Ком Книга, 2006. -432 с.
5. Балдин К.В., Рукосуев А.В. Общая теория статистики: Учебное пособие. – М.: Дашков и К, 2010. - 312 с.
6. Богаткова Л.В., Пройдакова Е.В. Математические методы в исследовании экономического развития регионов Приволжского Федерального округа. // Вопросы статистики. – 2008. - №8. – с. 45-52.
7. Большой медицинский словарь. 2000.
8. Боровиков В. П. STATISTICA: искусство анализа данных на компьютере. Для профессионалов. - СПб., Питер. - 2001. – 656 с.
9. Боровиков В. П., Ивченко Г. И. Прогнозирование в системе STATISTICA в среде WINDOWS. - М.: Финансы и статистика, 1999. - 382с.
10. Бородич С.А. Эконометрика: Учеб. Пособие.- Мн.: Новое издание, 2001.
11. Бородич С.А. Эконометрика: учебное пособие. – Минск: ООО «Новое знание», 2005 – 408с.
12. Валентинов В.А. Эконометрика: Учебник. - 2-е изд.- Дашков и ко, 2009. - 488 с.
13. Воложанина О.А. Развитие социально-экономических систем: теория и методология: автореф. дис. ... д-ра экон. наук. – СПб., 2011. – 42 с.
14. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 2003.-523с.
15. Громыко Г.Л., Боноев П.С.Использование кластерного анализа в классификации сельскохозяйственных предприятий по показателям эффективности их деятельности // Вопросы статистики.-2008.-№4-С.51-54.
16. Громыко Г.Л.. : Учебник. — Т11 2-е изд., перераб. и доп. - М.: ИНФРА-М,. - 476 с. — (Классический университетский учебник)., 2005
17. Гусев А.Н. Дисперсионный анализ в экспериментальной психологии. – М.: Учебно-методический коллектор «Психология», 2000.-136с.
18. Давнис В.В., Тинякова В.И., Мокшина С.И., Алексеева А.И. Компьютерные решения задач многомерной статистики: кластерный и дискриминантный анализ.- Воронеж: Издательство ВГУ, 2005. – 56.

19. Дуброва Т.А.Статистические методы прогнозирования. – М. Юнити, 2003. – 206 с.
20. Дюк В., "Data Mining - состояние, проблемы, новые решения", http://on.wplus.net/sparm/science/Data_mining.html, 1999.
21. Еремеева Н.С., Лебедева Т.В. Эконометрика: учебн. пособие для вузов. – Оренбург: ОАО «ИПК «Южный Урал», 2010. – 296 с.
22. Зарова Е.В., Чудилин Г.А. Региональная статистика: учебник. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 624 с.
23. Золотова Е.А., Чернышева Н.А., Планирование финансовых показателей деятельности филиала коммерческого банка на основе линейных регрессионных моделей. // Финансовый менеджмент. – 2007. - № 27. – с. 7-15.
24. Илышев А.М., Шубат О.М. Многомерный статистический анализ предпринимательской активности в региональной сфере микробизнеса // Вопросы статистики.-2008.-№4-С.42-51.
25. Казинец Л. С. Темпы роста и структурные сдвиги в экономике (Показатели планирования и анализа). – М.: Экономика, 1981. – 184 с.
26. Клейн Ф. Лекции о развитии математики в XIX столетии. Часть I. — Москва, Ленинград: Объединенное научно-техническое издательство НКТП СССР, 1937.
27. Кремер Н.Ш. Теория вероятности и математическая статистика. М.: Юнити – Дана, 2002.-343с.
28. Кремер Н.Ш. Эконометрика: учебник (Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко). – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2006 – 311с.
29. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика: Учебник для вузов. – М.: ЮНИТИ – ДАНА, 2002.
30. Курс социально-экономической статистики: учебник для студентов вузов, обучающихся по специальности «Статистика». – М.:Омега-Л, 2010 г. - 1011 с.
31. Курышева С. В. Статистический анализ содержания труда рабочих. – Красноярск: Изд-во Красноярского ун-та, 1990. – 184 с.
32. Малюгин В.И., Демиденко М.В., Калечиц Д.Л., Миксюк А.Ю., Цукарев Т.В. Разработка и применение эконометрических моделей для прогнозирования и анализа вариантов денежно-кредитной политики. // Прикладная эконометрика. – 2009. - №2. – с. 24-39
33. Мицек С.А., Мицек Е.Б. Эконометрические и статистические оценки инвестиций в основной капитал в регионах России. // Прикладная эконометрика. – 2009. - №2. – с.39-47.
34. Мхиторян В.С., Дуброва Т.А., Ткачев О.В. Кластерный анализ в системе «Statistica».-М.: Издательство МЭСИ, 2002. – 56с.
35. Нейронные сети STATISTICA Neural Networks. - М., Горячая линия - Телеком, 2001. - 182с.
36. Носко В.П. Эконометрика. Введение в анализ временных рядов: Курс лекций. М., 2002//http://www.iet.ru/mipt/2/text/curs_economerics_lectures.htm

37. Орлов А. И. О развитии прикладной статистики. – В сб.: Современные проблемы кибернетики (прикладная статистика). – М.: Знание, 1981, с.3-14.
38. Орлов А. И. Эконометрика. Учебник для вузов. Изд. 3-е, исправленное и дополненное. — М.: Изд-во «Экзамен», 2004. — 576 с.
39. Орлов Л. И. Эконометрика: Учебник для вузов. — 2-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во «Экзамен», 2003. 576 с.
40. Первадчук В.П., Масенко И.Б. Математическая модель прогнозирования финансового состояния предприятия. // Вестник ОГУ. – 2007. - №77. – с. 181-190.
41. Перстенва Н.П. Критерии классификации показателей структурных различий и сдвигов // Фундаментальные исследования. – 2012. - № 3. – С. 478 – 482.
42. Перстенёва Н.П. Методология статистического исследования структурно-динамических изменений (на примере экономики Самарской области): дис. ... канд. экон. наук. – Самара, 2003. – 141 с.
43. Петров А.Н. Эконометрические модели индекса валового регионального продукта. // Экономический анализ: теория и практика. – 2010. - №31. – с. 43-52.
44. Плавинский С.Л. Биостатистика.Планирование, обработка и представление результатов биомедицинских исследований при помощи системы SAS. СПб: Издательский дом СПб МАПО.- 2005.
45. Плошко Б.Г., Елисеева И.И. История статистики: Учеб. пособие. — Москва, Ленинград: Финансы и статистика, 1990.
46. Попова И.Н. Долгосрочный прогноз производства зерна в России на основе гипертренда. // Вопросы статистики. – 2009. - №12. – с. 51-55.
47. Практикум по эконометрике: Учеб. пособие / И. И. Елисеева, С. В. Курышева, Н. М. Гордеенко и др.; Под ред. И. И. Елисеевой. М.: Финансы и статистика, 2002. 192 с: ил.
48. Практикум по эконометрике: Учеб. Пособие/ И.И.Елисеева (и др.); под ред. И.И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2002.
49. Прикладная статистика. Основы эконометрики: учебник для вузов в 2 т. Т. 1. Теория вероятностей и прикладная статистика / С.А.Айвазян, В.С. Мхитарян. – 2-е изд., испр. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001. – 656 с.
50. Прикладная статистика. Основы эконометрики: учебник для вузов в 2 т. Т. 2. Основы эконометрики / С.А.Айвазян, В.С. Мхитарян. – 2-е изд., испр. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001. –432 с.
51. Прикладная статистика. Основы эконометрики: Учебник для вузов: В 2 т. - 2-е изд., испр. Т. 1. Айвазян С. А., Мхитарян В. С. Теория вероятностей и прикладная статистика. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001. 656 с.
52. Прикладная статистика. Основы эконометрики: Учебник для вузов: В 2 т. — 2-е изд., испр. Т. 2. Айвазян С. А. Основы эконометрики. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001. 432 с.
53. Реннер А.Г., Седова Е.Н. Методы прогнозирования экономических

показателей на основе временных рядов с учетом пространственной неоднородности данных и нелинейной взаимосвязи между факторами. // Вестник ОГУ. – 2007. - №4. – с. 105-111.
54. Садовникова Н.А., Шмойлова Р.А. Анализ временных рядов и прогнозирование. – М.: 2001.
55. Салин В.Н., Левит Б.Ю. Проверка значимости статистических показателей с помощью таблиц их критических значений. // Вопросы статистики. – 2009. - №9. – с. 69-77.
56. Свободная энциклопедия «Википедия» // http://ru.wikipedia.org/wiki/Статистика
57. Сивелькин В.А., Кузнецова В.Е. Многомерная классификация методом кластерного анализа с использованием пакета Statistica.-Оренбург: Издательство ОГАУ, 2003. -40с.
58. Словарь социолингвистических терминов. — М.: Российская академия наук. Институт языкознания. Российская академия лингвистических наук. Ответственный редактор: доктор филологических наук В.Ю. Михальченко. 2006.
59. Социальная статистика: учебник; под ред. И.И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 480 с.
60. Статистический анализ продовольственной безопасности субъектов Российской Федерации (по материалам Оренбургстата)// Вопросы статистики. - 2008.-№12-С.36-43.
61. Теория статистики / Под ред. Р. А. Шмойловой. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 560 с.
62. Хендри Д. Эконометрика: алхимия или наука? // http://www.ipra.by/pdf/Hendry-36044.pdf
63. Шмойлова Р.А., Илюхина И.Е. Построение показателей прогноза связных рядов динамики основных показателей информационно-статистических услуг. //Вопросы статистики. – 2008. - №4. – с. 54-57.
64. Эконометрика: учебник / И.И. Елисеева, С.В. Курышева, Т.В. Костеева и др.; под ред. И.И. Елисеевой. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2008. – 576 с.
65. Эконометрика: учебник/ под ред. И.И. Елисеевой. - М.: Финансы и статистика, 2005.
66. Эконометрическая страничка А. Цыплакова // http: // www. nsu. ru/ef/tsy/ecmr/
67. Электорнный учебник StatSoft // file://localhost/F:/учебники%20по%20статистике/Book_textbook/modules/дискриминантный%20анализ.html
68. Юзбашев М. М., Агапова Т. Н. О показателях вариации долей отдельных групп в совокупности // Вестник статистики. – 1988. – № 10. – С. 45–54.
69. www.sutd.ru

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение А

Формулы оценки при простом случайном отборе

Статистические показатели	Истинное значение	Оценка
Суммарное значение признака	$Y = \sum_{i=1}^{N} y_i$	$\hat{Y} = \frac{N}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$
Среднее значение признака	$\bar{Y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i$	$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$
Дисперсия признака	$S^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(y_i - \bar{Y}\right)^2$	$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \bar{y}\right)^2$
Дисперсия оценки суммарного значения признака	$V(\hat{Y}) = \frac{N^2 S^2}{n}\left(\frac{N-n}{N}\right)$	$v(\hat{Y}) = \frac{N^2 s^2}{n}\left(\frac{N-n}{N}\right)$
Дисперсия оценки среднего значения признака	$V(\bar{y}) = \frac{S^2}{n}\left(\frac{N-n}{N}\right)$	$v(\bar{y}) = \frac{s^2}{n}\left(\frac{N-n}{N}\right)$
Стандартная ошибка оценки суммарного значения признака	$S(\hat{Y}) = \frac{NS}{\sqrt{n}}\sqrt{\left(\frac{N-n}{N}\right)}$	$s(\hat{Y}) = \frac{Ns}{\sqrt{n}}\sqrt{\left(\frac{N-n}{N}\right)}$
Стандартная ошибка оценки среднего значения признака	$S(\bar{y}) = \frac{S}{\sqrt{n}}\sqrt{\left(\frac{N-n}{N}\right)}$	$s(\bar{y}) = \frac{s}{\sqrt{n}}\sqrt{\left(\frac{N-n}{N}\right)}$
Коэффициент вариации оценки	$CV = \frac{S(\hat{Y})}{Y} \times 100\% = \frac{S(\bar{y})}{\bar{Y}} \times 100\%$	$cv = \frac{s(\hat{Y})}{\hat{Y}} \times 100\% = \frac{s(\bar{y})}{\bar{y}} \times 100\%$

Приложение Б

Формулы оценивания при расслоенном отборе

Статистические показатели	Истинное значение	Оценка
Суммарное значение признака	$Y = \sum_{h=1}^{L} Y_h$	$\hat{Y}_{st} = \sum_{h=1}^{L} N_h \bar{y}_h$
Среднее значение признака	$\bar{Y} = \frac{1}{N}\sum_{h=1}^{L} N_h \bar{Y}_h$	$\bar{y}_{st} = \frac{1}{N}\sum_{h=1}^{L} N_h \bar{y}_h$
Дисперсия оценки суммарного значения признака	$V(\bar{Y}_{st}) = \sum_{h-1}^{L} N_h (N_h - n_h)\frac{S_h^2}{n_h}$	$v(\bar{Y}_{st}) = \sum_{h-1}^{L} N_h (N_h - n_h)\frac{S_h^2}{n_h}$
Дисперсия оценки среднего значения признака	$V(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N^2}\sum_{h-1}^{L} N_h (N_h - n_h)\frac{S_h^2}{n_h}$	$v(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N^2}\sum_{h-1}^{L} N_h (N_h - n_h)\frac{S_h^2}{n_h}$
Стандартная ошибка оценки суммарного значения признака	$S(\hat{Y}_{st}) = NS(\bar{y}_{st}) = = \sqrt{\sum_{h=1}^{L} N_h (N_h - n_h)\frac{S_h^2}{n_h}}$	$s(\hat{Y}_{st}) = Ns(\bar{y}_{st}) = = \sqrt{\sum_{h=1}^{L} N_h (N_h - n_h)\frac{s_h^2}{n_h}}$
Стандартная ошибка оценки среднего значения признака	$S(\bar{y}_{st}) = \sqrt{\frac{1}{N^2}\sum_{h=1}^{L} N_h (N_h - n_h)\frac{S_h^2}{n_h}}$	$s(\bar{y}_{st}) = \sqrt{\frac{1}{N^2}\sum_{h=1}^{L} N_h (N_h - n_h)\frac{s_h^2}{n_h}}$
Коэффициент вариации оценки	$CV = \frac{S(\hat{Y}_{st})}{Y} \times 100\% = \frac{S(\bar{y}_{st})}{\bar{Y}} \times 100\%$	$cv = \frac{s(\hat{Y}_{st})}{\hat{Y}_{st}} \times 100\% = \frac{s(\bar{y}_{st})}{\bar{y}_{st}} \times 100\%$

В таблице использованы следующие обозначения:

L - число слоев;

h - номер слоя;

Y_h – суммарное значение признака y в h-м слое генеральной совокупности;

N_h – объем h-го слоя генеральной совокупности;

$\bar{y}_h$ - среднее значение признака y в h-м слое выборки;

N - объем генеральной совокупности;

$\bar{Y}_h$ - среднее значение признака y в h-м слое генеральной совокупности;

n_h – объем h-го слоя выборки;

S_h^2 - истинное значение дисперсии для h-го слоя:

$$S_h^2 = \frac{1}{N_h - 1}\sum_{i=1}^{N_h}(y_{hi} - \bar{Y}_h)^2;$$

i - номер элемента внутри слоя;

y_{hi} – значение признака y i-го элемента слоя h;

s_h^2 - несмещенная оценка дисперсии для h-го слоя:

$$s_h^2 = \frac{1}{n_h - 1}\sum_{i=1}^{n_h}(y_{hi} - \bar{y}_h)^2.$$

Приложение В

Формулы оценивания при гнездовом отборе

Статистические показатели	Истинное значение	Оценка
Суммарное значение признака	$Y=\sum_{i=1}^{M}T_i$	$\hat{Y}=\frac{M}{m}\sum_{i=1}^{m}T_i$
Среднее значение признака по гнездам	$\bar{T}=\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}T_i$	$\hat{\bar{T}}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}T_i$
Среднее значение признака	$\bar{Y}=\frac{Y}{N}$	$\hat{\bar{Y}}=\frac{\hat{Y}}{\hat{N}}$
Дисперсия оценки суммарного значения признака	$V(\hat{Y})=M^2(1-\frac{m}{M})\frac{1}{m}\frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M}(T_i-\bar{T})^2$	$v(\hat{Y})=M^2(1-\frac{m}{M})\frac{1}{m}\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(T_i-\hat{\bar{T}})^2$
Дисперсия оценки среднего значения признака	$V(\hat{\bar{Y}})=\frac{1}{N^2}\left[M^2(1-\frac{m}{M})\frac{1}{m}\frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M}(T_i-\bar{T})^2\right]$	$v(\hat{\bar{Y}})=\frac{1}{\hat{N}^2}\left[M^2(1-\frac{m}{M})\frac{1}{m}\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(T_i-\hat{\bar{T}})^2\right]$
Стандартная ошибка оценки суммарного значения признака	$S(\hat{Y})=\sqrt{M^2(1-\frac{m}{M})\frac{1}{m}\frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M}(T_i-\bar{T})^2}$	$s(\hat{Y})=\sqrt{M^2(1-\frac{m}{M})\frac{1}{m}\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(T_i-\hat{\bar{T}})^2}$
Стандартная ошибка оценки среднего значения признака	$S(\hat{\bar{Y}})=\frac{1}{N}\sqrt{M^2(1-\frac{m}{M})\frac{1}{m}\frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M}(T_i-\bar{T})^2}$	$s(\hat{\bar{Y}})=\frac{1}{N}\sqrt{M^2(1-\frac{m}{M})\frac{1}{m}\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(T_i-\hat{\bar{T}})^2}$
Коэффициент вариации оценки	$CV=\frac{S(\hat{Y})}{Y}\times 100\%=\frac{S(\hat{\bar{Y}})}{\bar{Y}}\times 1$	$cv=\frac{s(\hat{Y})}{\hat{Y}}\times 100\%=\frac{s(\hat{\bar{Y}})}{\hat{\bar{Y}}}\times 100\%$

В таблице использованы следующие обозначения:

i - номер гнезда;

M – количество гнезд;

T_i – суммарное значение признака в ***i***-м гнезде;

m – количество выбранных гнезд;

N – объем генеральной совокупности;

$\hat{N}$ - оценка объема генеральной совокупности.

Приложение Г

Формулы оценивания при многоступенчатом (двухэтапном групповом) отборе

Статистические показатели	Истинное значение	Оценка
Суммарное значение признака	$Y = \sum_{i=1}^{N} Y_i$; $Y_i = \sum_{j=1}^{M_i} y_{ij}$	$\hat{Y} = \frac{N}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{M_i}{m_i} y_i$; $\hat{Y}_i = \frac{M_i}{m_i} y_i$
Количество элементов в генеральной совокупности	$M = \sum_{i=1}^{N} M_i$	$\hat{M} = \frac{N}{n} \sum_{i=1}^{n} M_i$
Среднее значение признака	$\bar{Y} = \frac{Y}{M}$; $\bar{Y}' = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} Y_i$; $\bar{Y}_i = \frac{1}{M_i} \sum_{j=1}^{M_i} Y_{ij}$	$\bar{y} = \frac{\hat{Y}}{\hat{M}}$; $\bar{y}' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{M_i}{m_i} y_i$; $\bar{y}_i = \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{m_i} y_{ij}$
Количество элементов в среднем на группу	$\bar{M} = \frac{M}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} M_i$	$\bar{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} m_i$
Дисперсия оценки суммарного значения признака	$V(\hat{Y}) = K_1 S_b^2 + \sum_{i=1}^{N} K_2 S_{wi}^2$, где $K_1 = \frac{N^2 (N-n)}{Nn}$; $K_2 = \frac{N}{n} \frac{M_i^2 (M_i - m_i)}{M_i m_i}$	$v(\hat{Y}) = K_1 s_b^2 + \sum_{i=1}^{n} K_2 s_{wi}^2$
Дисперсия оценки среднего значения признака	$V(\bar{y}) = \frac{1}{M^2} \left[K_1 S_b^2 + \sum_{i=1}^{N} K_2 S_{wi}^2 \right]$	$v(\bar{y}) = \frac{1}{M^2} \left[K_1 s_b^2 + \sum_{i=1}^{n} K_2 s_{wi}^2 \right]$
Стандартная ошибка оценки суммарного значения признака	$S(\hat{Y}) = \sqrt{K_1 S_b^2 + \sum_{i=1}^{N} K_2 S_{wi}^2}$	$s(\hat{Y}) = \sqrt{K_1 s_b^2 + \sum_{i=1}^{n} K_2 s_{wi}^2}$
Стандартная ошибка оценки среднего значения признака	$S(\bar{y}) = \frac{1}{M} \sqrt{K_1 S_b^2 + \sum_{i=1}^{N} K_2 S_{wi}^2}$	$s(\bar{y}) = \frac{1}{M} \sqrt{K_1 s_b^2 + \sum_{i=1}^{n} K_2 s_{wi}^2}$
Коэффициент вариации оценки	$CV = \frac{S(\hat{Y})}{\hat{Y}} \times 100\% = \frac{S(\bar{y})}{\bar{Y}} \times 100\%$	$cv = \frac{s(\hat{Y})}{\hat{Y}} \times 100\% = \frac{s(\bar{y})}{\bar{y}} \times$

Приложение Д

Исходные данные для проведения корреляционно -регрессионного анализа

Годы	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	t
1999	9,3	15,0	19,4	9,89	12,41	1
2000	8,7	15,3	18,1	10,58	14,57	2
2001	9,0	15,6	16,0	8,98	15,83	3
2002	9,7	16,2	15,1	7,88	13,91	4
2003	10,2	16,4	15,0	8,23	13,08	5
2004	10,4	15,9	14,7	7,78	11,57	6
2005	10,2	16,1	14,5	7,17	10,77	7
2006	10,3	15,1	14,8	7,16	13,56	8
2007	11,3	14,6	16,0	6,11	12,97	9
2008	12,0	14,5	15,5	6,32	11,1	10
2009	12,3	14,1	13,9	8,42	13,03	11
2010	12,5	14,2	14,7	7,47	10,75	12
2011	12,6	13,5	23,9	6,60	11,76	13

Приложение Е

Результаты регрессионного анализа

ВЫВОД ИТОГОВ

Регрессионная статистика	
Множественный R	0,982509
R-квадрат	0,878822
Нормированный R-квадрат	0,668232
Стандартная ошибка	8,49583
Наблюдения	13

Дисперсионный анализ

	df	*SS*	*MS*	*F*	*Значимость F*
Регрессия	4	2033,278	508,3194	7,042471	0,009849
Остаток	8	577,4331	72,17913		
Итого	12	2610,711			

	Коэффициенты	*Стандартная ошибка*	*t-статистика*	*P-Значение*
Свободный член	594,455	842,7765	8,705353	0,000609
X 1	20,40115	44,49702	6,458484	0,0000 03
X 2	-14,4273	86,5637	-9,16667	0,000008
X 3	2,07235	2,457262	5,84336	0,000 527
t	-1,12389	0,940742	-11,19469	0,000005

Нижние 95%	*Верхние 95%*	*Нижние 95,0%*	*Верхние 95,0%*
-1348,99	2537,901	-1348,99	2537,901
-82,2092	123,0115	-82,2092	123,0115
-214,044	185,189	-214,044	185,189
-7,7388	3,59411	-7,7388	3,59411
-3,29325	1,045464	-3,29325	1,045464

Приложение Ж

Таблица значений F-критерия Фишера при уровне значимости 0,05

d.f.2	*d.f.1*									
	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	161,45	199,5	215,72	224,57	230,17	233,97	238,89	243,91	249,04	254,32
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	307	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
35	4,12	3,26	2,87	2,64	2,48	2,37	2,22	2,04	1,83	1,57
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,51
45	4,06	3,21	2,81	2,58	2,42	2,31	2,15	1,97	1,76	1,48
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,74	1,44

Приложение И

Критические значения t–критерия Стьюдента при уровне значимости 0,10; 0,05; 0,01 (двухсторонний)

Число степеней свободы	α			Число степеней свободы	α		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
1	6,3138	12,706	63,657	18	1,7341	2,1009	2,8784
2	2,9200	4,3027	9,9248	19	1,7291	2,0930	2,8609
3	2,3534	3,1825	5,8409	20	1,7247	2,0860	2,8453
4	2,1318	2,7764	4,6041	21	1,7207	2,0796	2,8314
5	2,0150	2,5706	4,0321	22	1,7171	2,0739	2,8188
6	1,9432	2,4469	3,7074	23	1,7139	2,0687	2,8073
7	1,8946	2,3646	3,495	24	1,7109	2,0639	2,7969
8	1,8595	2,3060	3,3554	25	1,7081	2,0595	2,7874
9	1,8331	2,2622	3,2498	26	1,7056	2,0555	2,7787
10	1,8125	2,2281	3,1693	27	1,7033	2,0518	2,7707
11	1,7959	2,2010	3,1058	28	1,7011	2,0484	2,7633
12	1,7823	2,1788	3,0545	29	1,6991	2,0452	2,7564
13	1,7709	2,1604	3,0123	30	1,6973	2,0423	2,7500
14	1,7613	2,1448	2,9768	40	1,6839	2,0211	2,7045
15	1,7530	2,1315	2,9467	60	1,6707	2,0003	2,6603
16	1,7459	2,1199	2,9208	120	1,6577	1,9799	2,6174
17	1,7396	2,1098	2,8982	∞	1,6449	1,9600	2,5758

Приложение К

Значения статистики Дарбина–Уотсона при 5-%-ном уровне значимости

n	$k^1=1$		$k^1=2$		$k^1=3$		$k^1=4$		$k^1=5$	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
6	0,61	1,40	-	-	-	-	-	-	-	-
7	0,70	1,36	0,47	1,90	-	-	-	-	-	-
8	0,76	1,33	0,56	1,78	0,37	2,29	-	-	-	-
9	0,82	1,32	0,63	1,70	0,44	2,13	0,30	2,39	-	-
10	0,88	1,32	0,70	1,64	0,53	2,02	0,38	2,41	0,24	2,82
11	0,93	1,32	0,66	1,60	0,60	1,93	0,44	2,28	0,32	2,65
12	0,97	1,33	0,81	1,58	0,66	1,86	0,51	2,18	0,38	2,51
13	1,01	1,34	0,86	1,56	0,72	1,82	0,57	2,09	0,45	2,40
14	1,05	1,35	0,91	1,55	0,77	1,78	0,63	2,03	0,51	2,30
15	1,08	1,36	0,95	1,54	0,92	1,75	0,69	1,97	0,56	2,21
16	1,10	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73	0,74	1,93	0,62	2,15
17	1,13	1,38	1,02	1,54	0,90	1,71	0,78	1,90	0,67	2,10
18	1,16	1,39	1,05	1,53	0,93	1,69	0,82	1,87	0,71	2,06
19	1,18	1,40	1,08	1,53	0,97	1,68	0,86	1,85	0,75	2,02
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68	0,90	1,83	0,79	1,99
21	1,22	1,42	1,13	1,54	1,03	1,67	0,93	1,81	0,83	1,96
22	1,24	1,43	1,15	1,54	1,05	1,66	0,96	1,80	0,86	1,94
23	1,26	1,44	1,17	1,54	1,08	1,66	0,99	1,79	0,90	1,92
24	1,27	1,45	1,19	1,55	1,10	1,66	1,01	1,78	0,93	1,90
25	1,29	1,45	1,21	1,55	1,12	1,66	1,04	1,77	0,95	1,89
26	1,30	1,46	1,22	1,55	1,14	1,65	1,06	1,76	0,98	1,88
27	1,32	1,47	1,24	1,56	1,16	1,65	1,08	1,76	1,01	,186
28	1,33	1,48	126	1,56	1,18	1,65	1,10	1,75	1,03	1,85
29	1,34	1,48	1,27	1,56	1,20	1,65	1,12	1,74	1,05	1,84
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65	1,14	1,74	1,07	1,83